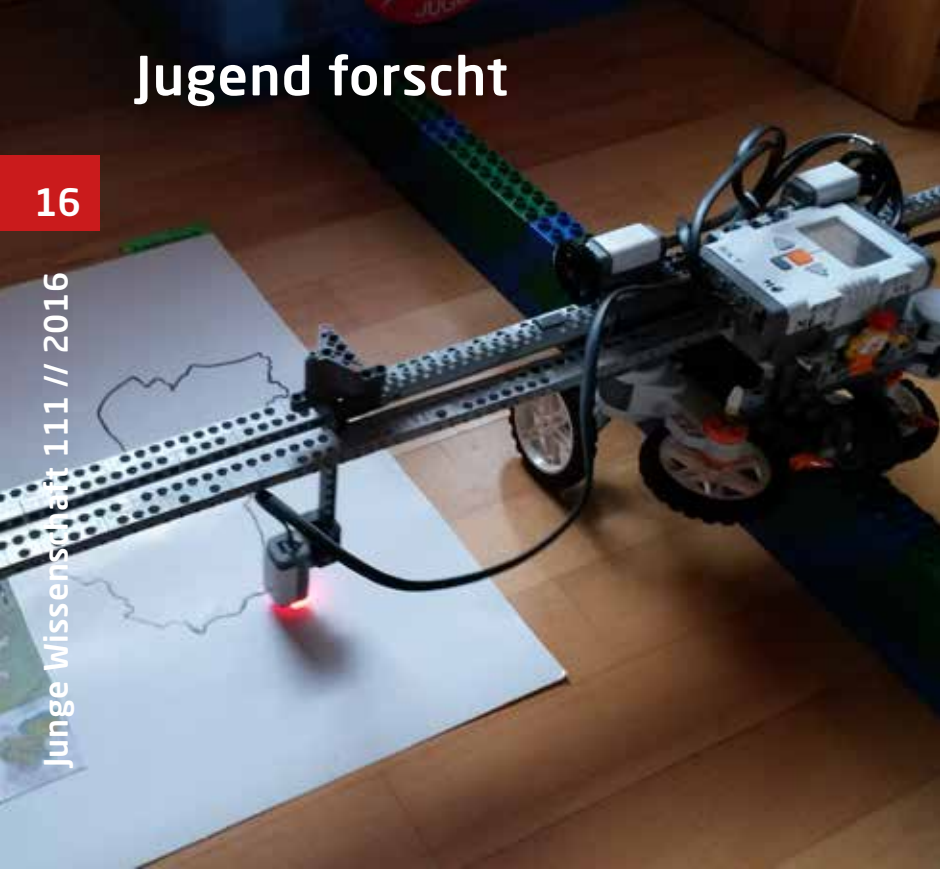

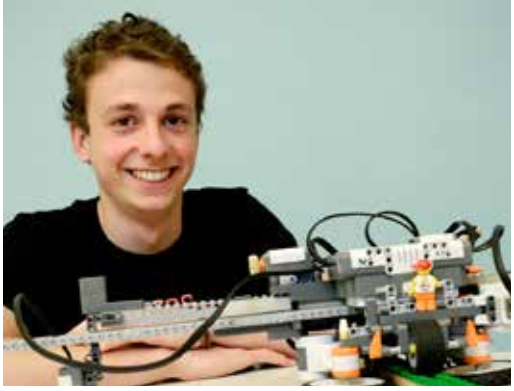

Matthias Becker, *1995

Schule:
Bertha-von-Suttner-Gymnasium
Andernach

Eingang der Arbeit:
Juli 2015

Zur Veröffentlichung angenommen:
September 2015

Mechanische Messmaschine

Ein Roboter bestimmt den Inhalt einer Fläche

Aus einem Lego-Mindstorms-Set wurde ein Roboter gebaut und programmiert, der durch selbstständiges Umfahren einer beliebigen Fläche deren Umfang und mit Hilfe von Integration deren Inhalt berechnen kann. Neu ist hier im Vergleich zu den seit 200 Jahren existenten Planimetern, dass die Maschine nicht von Hand geführt wird, sondern völlig autonom arbeitet.

1 Einleitung

Das Wort „Planimeter“ stammt sowohl aus dem Lateinischen als auch aus dem Griechischen [Wik14] und bedeutet so viel wie „Flächenmesser“. Der Name drückt auch schon den eigentlichen Nutzen aus: Durch Umfahren einer Fläche kann eine Zahl ermittelt werden, die multipliziert mit einer Konstanten, je nach Modell, den Flächeninhalt angibt [Blu04]. Es handelt sich hierbei also um ein mechanisches Integrationsgerät, das überall eingesetzt werden kann, wo Flächeninhalte zu bestimmen sind. Bis in die 1960er-Jahre wurde es auch sehr oft in vielen verschiedenen Bereichen wie Architektur, Technik, Wissenschaft, Land- und Forstwirtschaft und Verkehrswesen eingesetzt [Vol00]. Es gibt unterschiedliche Arten von Planimetern, je nach Modell kann die Genauigkeit sogar unter einem Promille liegen [Wik13].

Schon 1604 war mit der Idee, die zu bestimmende Fläche in gleich große Quadrate zu zerlegen, durch Hulsius einer der ersten Flächenmesser veröffentlicht worden [DH09]. Der eigentliche Beginn der Planimeterentwicklung lässt sich allerdings Anfang des 19. Jahrhunderts auf die Zeit kurz nach der Französischen Revolution datieren, in der es darum ging, die Grundstücksfläche nach Größe gerecht zu besteuern [DH09]. So erfand Hermann im Jahr 1814 das „Koordinatenplanimeter“, welches erstmals integrierte und somit um einiges genauer und schneller arbeitete [Bau55]. Beim Verschieben eines Schlittens in X-Achsenrichtung läuft ein Zählwerk proportional zum Wert der Y-Achse mit und ermittelt somit den umfahrenen Flächeninhalt proportional. Die nächsten großen Entwicklungsschritte vollbrachte Amsler im Jahr 1854, indem er das „Polarplanimeter“ und das „Linearplanimeter“ erfand [Vol00].

Auch ging aus dem Koordinatenplanimeter der Reibscheiben-Integrator hervor, welcher bis zur ersten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts in Analogrechnern verwendet wurde [Kra06, S.4f.] und hauptsächlich militärischen Zwecken diente [BB01, S.5]. Mit dem Beginn des digitalen Zeitalters in den fünfziger Jahren wurde der Analogrechner völlig verdrängt, weil der Digitalrechner als billiger, einfacher zu programmieren und als anpassungsfähiger in verschiedenen Einsatzbereichen gilt [BB01, S.7]. Es stellt sich nun die Frage, ob es im digitalen Zeitalter möglich ist, ein vollkommen autonom arbeitendes Planimeter zu bauen. Vorstellbar ist ein Roboter, der digital Befehle erhält, dadurch dann analog eine reale Fläche umfährt und zum Schluss deren Inhalt wieder digital errechnet. Hierbei bietet es sich an, die Funktionsweise des eben beschriebenen Koordinatenplanimeters zu imitieren.

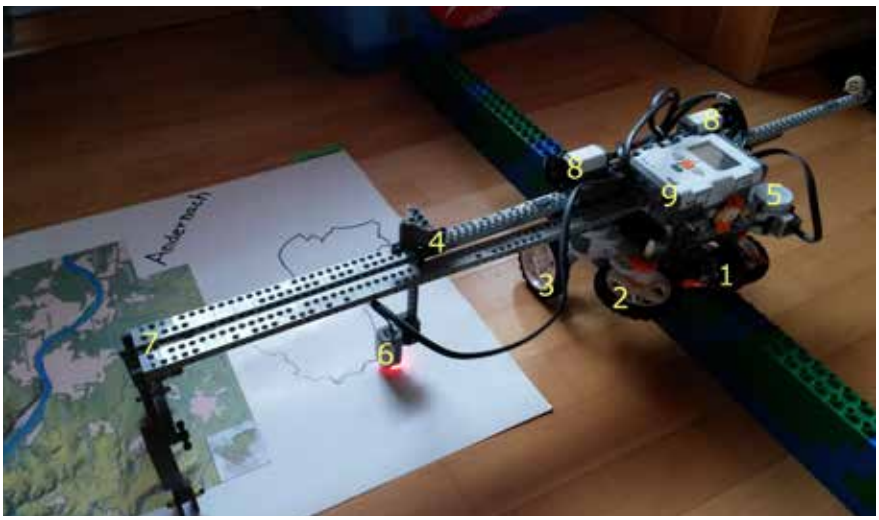

Abb. 1: Der fertige Integrationsroboter.

2 Vorgehensweise, Materialien und Methoden

2.1 Materialien

Der Bau des Integrationsroboters erfolgt mit Hilfe eines Lego-Mindstorms-Sets, in dem neben diversen Bausteinen, Stangen und Rädern auch drei Motoren (A, B, C) enthalten sind, die ihre Umdrehungsweite messen können. Außerdem sind zwei Touchsensoren und ein Licht-Sensor enthalten. Erstere können zwischen den Zuständen „gedrückt“ und „nicht gedrückt“ unterscheiden, während der sehr sensible andere Sensor 100 verschiedene Helligkeitsgrade messen kann. Auch ist ein NXT-Brick vorhanden, ein Computer, der alle Sensoren einlesen, die Motoren ansteuern und Töne ausgeben kann. Mit Hilfe der Programmierumgebung BricxCC ist es möglich, durch Quellcodes dem NXT-Brick Befehle zu übertragen. Die abzufahrenden Flächen werden mit schwarzem Marker auf weiße 50 cm mal 50 cm große Blätter aufgetragen.

2.2 Grundaufbau

Zunächst wurde ein Schlitten benötigt, der, indem er auf Schienen läuft, einen möglichst geraden Kurs beibehält und die Bewegung in X-Achsen-Richtung vollbringt. Als Schienen boten sich Duplo-Bausteine an. Es wurden gleich mehrere Räder verwendet, zum einen welche, die auf den Duplo-Bauklötzen laufen und nur das Gewicht des Schlittens tragen sollten (vgl. Abb. 1, Nr. 1) und zum anderen seitlich angebrachte (Nr. 2), die von den Motoren (A und B) betrieben werden und zusammen die Bewegung in X-Achsen-Richtung erzeugen. Später mussten auch noch weitere Stützräder (Nr. 3) angebracht werden. Um nun auch die Bewegungen in Y-Achsen-Richtung ausführen zu können, wurde ein Fahrarm (Nr. 4) auf dem Schlitten angebracht, der seinerseits durch einen Motor C (Nr. 5) aus- und eingefahren werden kann. An seinem Kopf wurde der Lichtsensor (Nr. 6) - über dem Untergrund schwebend - so tief wie möglich montiert. Dies steigert die Genauigkeit, da der kreisförmige, vom Lichtsensor erfasste Bereich mit zunehmender Höhe größer wird. Der Fahrarm wird auf einer leichten Konstruktion mit Hilfe von Überkopfschienen (Nr. 7) exakt auf einer Höhe geführt.

Auch wurden noch die Touchsensoren (Nr. 8) am Schlitten angebracht. Sie sollen jeweils dann aktiviert werden und den Motor C stoppen, wenn der Fahrarm ganz aus- oder eingefahren ist. Zum Abschluss wurden alle Sensoren mit dem NXT-Brick (Nr. 9) verbunden, der seinerseits auf dem Schlitten montiert wurde.

2.3 Programmierung

2.3.1 Abfahren einer Kurve

Die Programmierung soll sich der Einfachheit wegen zunächst auf das Abfahren einer Kurve beschränken, der das Planimeter folgen kann, ohne die Bewegung in X-Achsen-Richtung umkehren zu müssen.

Als erstes muss das Hauptprogramm ermitteln, welchen Helligkeitsgrad der Sensor auf einem neutralen Untergrund misst. Daraufhin wird der Fahrarm soweit ausgefahren, bis der Lichtsensor

Abb. 2: Flächenberechnung bei Verschiebung in X-Achsen-Richtung.

meldet, dass der zuvor ermittelte Helligkeitsgrad unterschritten wurde und der Sensorkopf somit zum ersten Mal auf der schwarzen Linie steht (Name der Unterfunktion im Programm: „DirekteSuche“).

Nun gilt es, der Linie so weit nach links zu folgen, also die Motoren A und B in verminderte Vorwärtsbewegung zu versetzen, bis der Lichtsensor eine weitere Helligkeitsveränderung feststellt („WaagerechterLinieFolgen“).

Hierbei lässt sich proportional die Fläche unterhalb der bereits abgefahrenen Kurve ermitteln, indem man das Bewegungsstück in X-Achsen-Richtung (Bewegung des Schlittens) mit dem Wert der Y-Achse (Ausfahrweite des Fahrarms) multipliziert (vgl. Abb. 2) und auf den bereits vorhandenen Flächeninhalt addiert.

Die Bewegungsweite in X-Achsen-Richtung wird in Drehweiten der entsprechenden Motoren gemessen, sie kann unterschiedlich groß sein und ist davon abhängig, wie lang der Lichtsensor der Linie in X-Achsen-Richtung folgen kann, ohne dass die Ausfahrweite des Fahrarms korrigiert werden muss.

Irgendwann steht der Sensorkopf nicht mehr auf der Linie, da er erst gestoppt wurde, wenn er darüber hinaus gefahren ist. Bei einer Kurve gibt es drei verschiedene Möglichkeiten, wie die Linie nun weiter verläuft: Der erste Fall ist, dass die Kurve einen Bogen nach oben macht und der Sensor sich im Moment unterhalb befindet. Im zweiten Fall ist die Kurve nach unten gekrümmt und im dritten Fall ist die Kurve zu Ende. Das Unterprogramm „SenkrechtePendelSuche“ soll alle drei Möglichkeiten abdecken, indem es nun den Fahrarm in pen-

delnde Bewegungen versetzt. Motor C wird erst ein kleines Stück vorwärts gedreht und dann die doppelte Weite zurück. Der Fahrarm bewegt sich dadurch jeweils nur ein kleines Stück ober- und unterhalb des Ausgangspunkts, da es am wahrscheinlichsten ist, dass die Linie nahe bei dem Punkt weiterläuft, an dem der Sensor sie zuletzt gesichtet hatte. Wird die Linie dabei nicht gefunden, pendelt der Sensor weiterhin auf und ab, die Bewegung in jede Richtung wird dabei immer größer. Wichtig ist hierbei, dass der Motor C bei Linienfund sofort gestoppt wird und nicht seine Pendelbewegung zu Ende führt.

Wird die Linie gefunden, startet wieder die Funktion „WaagerechterLinieFolgen“. Die beiden Funktionen wechseln sich so lange gegenseitig ab (vgl. Abb. 3), bis eine Maximalsuchweite überschritten wurde, der Lichtsensor die Linie nicht mehr auffinden kann und die Kurve somit zu Ende sein muss.

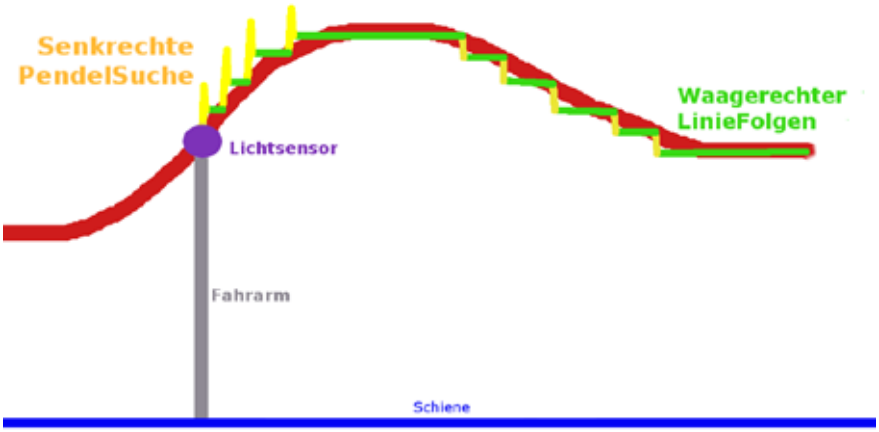

Abb. 3: Wechsel zwischen „WaagerechterLinieFolgen“ und „SenkrechtePendelSuche“.

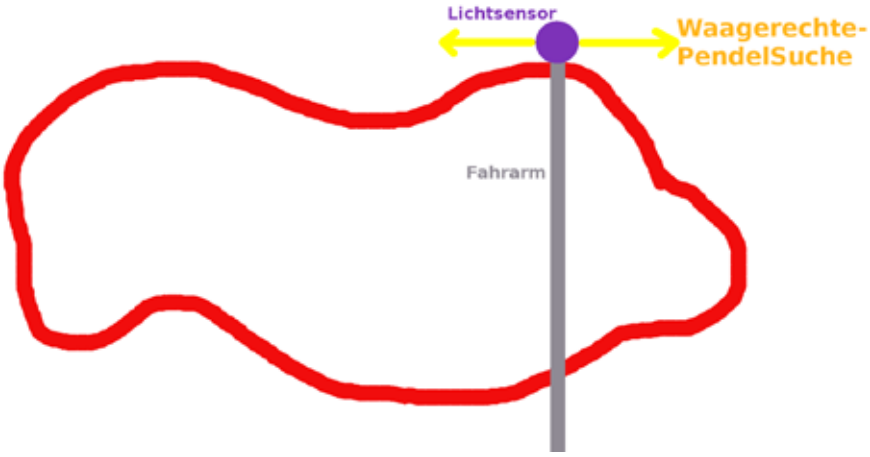

Abb. 4: Die „WaagerechtePendelSuche“ kann die Linie nicht mehr auffinden.

2.3.2 Umrunden einer geschlossenen Fläche

Nachdem eine Kurve abgefahren werden kann, kann man sich nun geschlossenen Flächen widmen. Dazu unterteilt man das Umrunden eines Objektes in vier verschiedene Phasen. Der Lichtsensor soll an der Ecke unten rechts der Fläche starten und daraufhin in der ersten Phase den rechten Rand von unten nach oben abfahren. Daraufhin folgt das Abfahren des oberen Randes von rechts nach links, gefolgt vom linken Rand und dem unteren Rand. Das Planimeter umfährt die Fläche also gegen den Uhrzeigersinn. Zwischen den Phasen benötigt man noch Übergangsfunktionen. Das Programm beginnt wieder mit der Ermittlung der Helligkeit und der „DirektenSuche“. Auf der Linie angekommen folgt nun das „SenkrechterLinieFolgen“, es gleicht der Funktion „WaagerechterLinieFolgen“, nur dass sich nun der Fahrarm und nicht der Schlitten vorwärts bewegt, während sich der Sensor auf der Linie befindet. Bei dem Folgen in Y-Achsen-Richtung muss auch kein Flächeninhalt hinzuaddiert werden.

Bei der „WaagerechtePendelSuche“ werden nun ähnlich wie bei der „SenkrechtePendelSuche“ immer größer werdende Pendelbewegungen ausgeführt, diesmal pendelt jedoch der Schlitten und nicht der Fahrarm. Am Ende der Funktion wird ausgerechnet, wie groß die Bewegung in X-Achsen-Richtung war, das Ergebnis multipliziert mit der Ausfahrweite des Fahrarms ergibt den zusätzlichen Flächeninhalt, dieser kann bei negativer Drehweite auch negativ sein.

Folgen und Suchen wechselt sich so lange ab, bis die „WaagerechtePendelSuche“ eine gewisse Maximalsuchweite in beide Richtungen überschritten hat und die Linie durch waagerechtes Pendeln nicht mehr aufzufinden ist. Nun befindet sich der Lichtsensor oberhalb des zu umrundenden Objekts, welches sich linker Hand fortsetzt (vgl. Abb. 4).

In der Übergangsfunktion „Ecke_OR_UL“ soll das Planimeter zunächst an die X-Achsen-Stelle zurückkehren, an der es die Linie zuletzt noch hatte. Auch hierbei wird eine Flächen-Addition oder -Subtraktion fällig. Wurde die entsprechende Stelle erreicht, wird daraufhin senkrecht gependelt.

Jetzt kann das Planimeter genauso weiter machen, wie es im ersten Programm nur der Kurve gefolgt ist. „WaagerechterLinieFolgen“ und „SenkrechtePendelSuche“ wechseln sich so lange ab, bis ein Maximalsuchweite überschritten wurde. Ist der Fahrarm nun also links über das Objekt hinaus gefahren und kann durch senkrechtes Pendeln die Linie nicht mehr auffinden, so schaltet sich die Funktion „EckeObenLinks“ ein. Diese unterscheidet sich nur in dem Punkt von „Ecke_OR_UL“, indem sie den Fahrarm auf die zuletzt bekannte Y-Achsen-Stelle fahren lässt und waagerecht pendelnd die Ecke auffindet.

Daraufhin soll das Planimeter dem linken Rand des Objektes folgen, indem es „SenkrechterLinieFolgen“ in entgegengesetzter Fahrarm-Richtung durchführt und mit „Waagerechte-PendelSuche“ abwechselt, bis es über das Objekt hinausgefahren ist und mit „Ecke_OR_UL“ wieder die Ecke auffindet. Daraufhin wird wieder die „WaagerechterLinieFolgen“ ausgeführt, da diesmal jedoch der

Schlitten in die entgegengesetzte Richtung verschoben wird, wird nun die Fläche abgezogen.

Um das ganze nochmal bildlich zusammenzufassen: Beim Abfahren des oberen Randes in positiver Richtung wird die Fläche zwischen diesem Rand und der Schiene ermittelt. Beim Entlangfahren des unteren Randes in negativer Richtung wird nun die Fläche zwischen dem unterem Rand und der Schiene abgezogen und man erhält nur den gewünschten Flächeninhalt zwischen den beiden Rändern (vgl. Abb. 5).

Zum Schluss soll das Planimeter mit Hilfe der Funktion „ObjektEnde“ wieder an dem Startpunkt ankommen, der beim ersten Linienfund gespeichert wurde. Ist dies geschehen, folgt die Ausgabe des Flächeninhaltes auf dem Display.

2.4 Steigerung der Genauigkeit

2.4.1 Verbesserung der Motorsteuerung

Es wurde folgendes Problem erkannt: Bei Linienfund werden die Motoren gestoppt, doch das Planimeter bewegt sich durch den Schwung etwas zu weit, eine präzise Umrundung der Fläche ist dadurch nicht möglich.

Lösung: Nimmt der Lichtsensor eine minimale Helligkeitsänderung wahr, wird die Bewegung des Planimeters stufenweise verlangsamt, bis der Lichtsensor exakt über der Linie schwebt.

2.4.2 Korrekturrechnung und Kalibrierung

Beobachtet man den Integrationsroboter beim Umfahren einer Fläche, so fällt auf, dass beim Wechsel von „Linie folgen“ und „Linie suchen“ jeweils eine kleine Ecke zu viel Fläche umfahren wird. Dies gilt zum Beispiel bei der Sinusfunktion (vgl. Abb. 6). Da hier ein besonders hoher Krümmungsanteil vorliegt und die Linie zu großen Teilen diagonal zu den dem Planimeter möglichen Bewegungsrichtungen verläuft, muss bei dieser Funktion sehr oft zwischen den beiden Bewegungsrichtungen gewechselt werden.

Die zu viel ausgegebene Fläche steigt also proportional zur Pendelweite des Planimeters beim Aufsuchen der Linie, dementsprechend muss bei der Kalibrierung darauf geachtet werden, das Ergebnis in Abhängigkeit von der Pendelweite darzustellen. Bei dieser Korrekturrechnung handelt es sich allerdings nur um eine Annährung, da auch die Weite variiert, der das Planimeter auf der Linie folgt, und je nach Neigung der abzufahrenden Linie deshalb unterschiedlich große Flächenstücke zu viel umfahren werden.

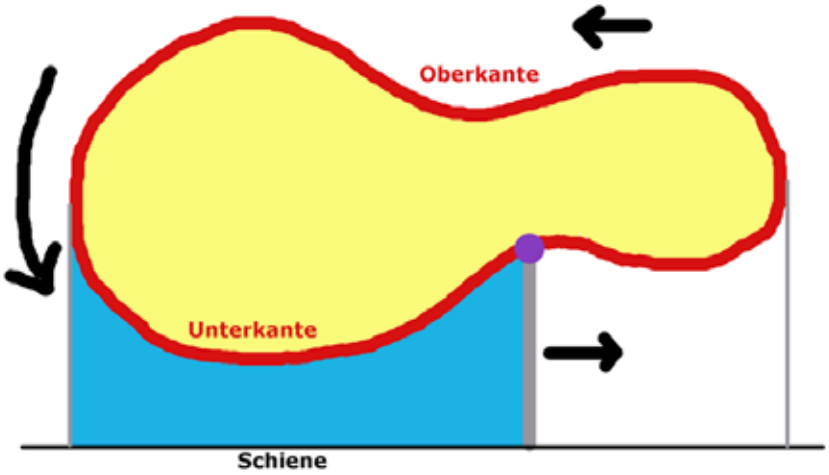

Abb. 5: Beim Umrunden einer Fläche bleibt nur der Flächeninhalt zwischen Ober und Unterkante übrig.

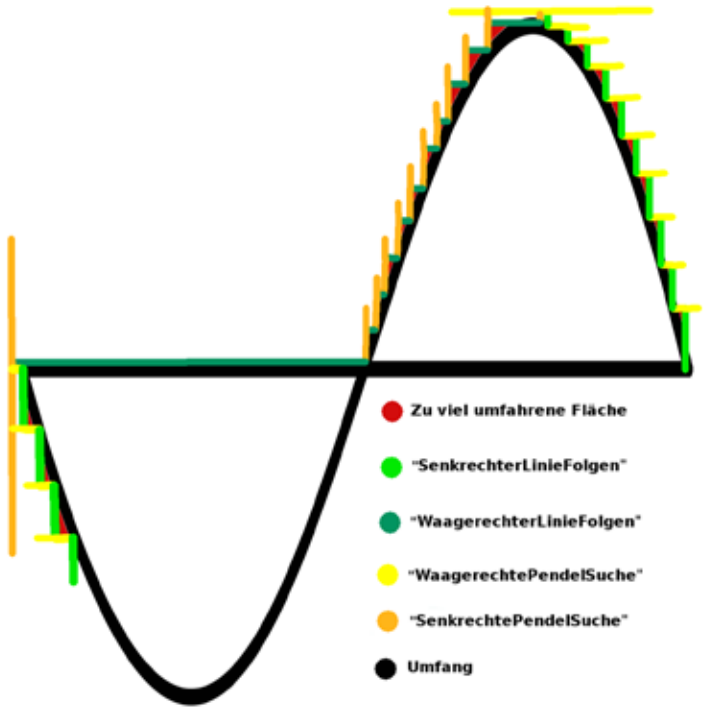

Abb. 6: Sinusfunktion als Extremfall, bei dem durch den hohen Krümmungsanteil zu viel Fläche umfahren wird.

Um nun einen Referenzwert für die Korrekturrechnung zu ermitteln, fährt das Planimeter zunächst an einem achsenparallelen Quadrat nach dem in Kapitel 2.3 beschriebenem Schema entlang. In diesem Fall sind nur wenige Suchbewegungen notwendig. Daraufhin wird das Quadrat in drei weiteren Ausrichtungen gedreht, und das Planimeter fährt jeweils nach dem gleichen Verfahren entlang. Je nach Ausrichtung des Quadrates zu den Schienen muss unterschiedlich oft gependelt werden. Anschließend wird der jeweils durchschnittlich gemessene, proportionale Flächeninhalt jeder Ausrichtung in Abhängigkeit zu der durchschnittlichen Pendelweite in einem Koordinatensystem aufgetragen (vgl. Abb. 7, Seite 20).

Bei der Pendelweite handelt es sich um die Gesamtstrecke, die der Lichtsensor bei allen Pendelsuchen in einer Messung

mindestens zurücklegen muss, um wieder auf die Linie zu gelangen.

Ein unverfälschter Proportionalitätsfaktor von 0,001448961 $\frac{cm^2}{MDW^2}$ lässt sich ermitteln, indem man den Quotienten aus dem bereits vorher bekannten Flächeninhalt von 441 cm² und dem Schnittpunkt mit der Y-Achse bei 304356 nimmt (vgl. Abb. 7). Da die Pendelweite an diesem Punkt null beträgt, hat sie keinen Einfluss auf den hier errechneten Flächeninhalt in MDW² (Die Einheit MDW steht für Motordrehweiten und beschreibt wie weit sich der Motor des Planimeters für eine bestimmte Strecke drehen muss).

Außerdem lässt sich mit der Steigung der Trendlinie von 23,84 MDW ermitteln, wie viel Fläche zu viel umfahren wurde. Dazu muss bei jeder Messung die Pendelweite mit dieser Abhängigkeitskonstante multipliziert werden. Zieht man das so erhaltene Ergebnis von dem vom Planimeter gemessenen Ergebnis ab, erhält man den Flächeninhalt in MDW². Multipliziert man dieses Ergebnis mit dem Proportionalitätsfaktor, erhält man den Flächeninhalt der umfahrenen Fläche in cm².

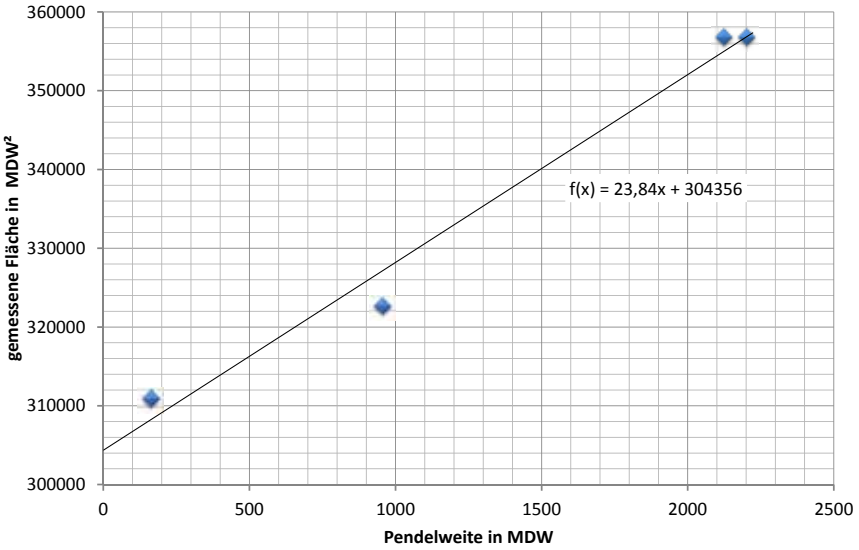

Abb. 7: Die gemessene Fläche eines Quadrates steigt mit zunehmender Pendelweite.

3 Ergebnisse

3.1 Testdurchläufe

Um zu testen, wie genau das Planimeter arbeitet, fährt es an sechs weiteren Flächenformen entlang. Dabei wird auch errechnet, wie groß die Abweichung vom tatsächlichen Ergebnis ist (vgl. Tab. 1). Außerdem werden in den beiden rechten Spalten die Ergebnisse ohne Korrekturrechnung als Vergleichswert dargestellt.

3.2 Auswertung

Vergleicht man die zweite mit der fünften Spalte in der Tab.1, so fällt auf, dass die Flächen wie in Kapitel 2.4.2 angenommen ohne Korrekturrechnung stets zu groß gemessen werden. Wie zu erwarten war, ist die Sinusfunktion dabei besonders auffällig. Die Messung weist eine sehr hohe Ungenauigkeit von 14,14 % auf, was durch den großen Krümmungsanteil der Funktion und dadurch, dass der größte Teil der Linie diagonal zu den möglichen Bewegungsrichtungen des Planimeters in X- und Y-Achsen-Richtung verläuft, verursacht wird. Wegen diesen Eigenschaften der Funktion kann der Lichtsensor der Linie nur über sehr kurze Distanzen folgen, bis er sie wieder verliert, er muss also sehr häufig eine weite Pendelbewegung ausführen, um wieder auf die Linie zu gelangen, dabei wird zu viel Fläche umfahren (vgl. Abb. 6). Außerdem besitzt die Sinusfunktion einen sehr großen Umfang im Vergleich zum Flächeninhalt. Der Lichtsensor muss also einer langen Strecke folgen und die deshalb steigende Fehlergröße schlägt beim geringen Flächeninhalt umso mehr ins Gewicht.

Beim Dreieck muss, unabhängig von der Ausrichtung, eine Umrundungsphase (vgl. Kapitel 2.3) übersprungen werden, da es nur drei zu folgenden Kanten hat. Dies funktioniert ohne Probleme,

Flächenform	tatsächlicher Flächeninhalt in cm²	gemessener Flächeninhalt in cm²	Abweichung in %	gemessener Flächeninhalt ohne Korrektur in cm²	Abweichung ohne Korrektur in %
Kreis	660,51	646,57	2,11	715,34	8,30
Halbkreis + Dreieck	563,00	562,37	0,11	569,74	1,20
Dreieck	450,00	430,57	4,32	492,86	9,52
$\int_0^{40} 4 * \sqrt{x}\, dx$	674,62	687,67	1,93	729,87	8,19
$\int_{-19}^{19} -\frac{x^2}{12} + 30 dx$	758,95	766,65	1,01	794,29	4,66
$\int_0^{2\pi} 15 * \sin(\frac{x}{6}) dx$	360,00	387,94	7,76	410,90	14,14

Tab. 1: Ergebnisse der Testdurchläufe mit dem Planimeter (Ergebnisse in der Tabelle sind gerundet).

indem das Planimeter nach einer erfolglosen Liniensuche sofort mit der nächsten Umrundungsphase fortsetzt, es hat keine Auswirkungen auf das Ergebnis. Viel problematischer ist die Tatsache, dass das Dreieck je nach Ausrichtung zwei bis drei Kanten hat, die weder zur X- noch zur Y-Achse parallel sind, und der Integrationsroboter somit, wie bei einer Krümmung, der Linie nicht lange folgen kann, sondern immer wieder neu die Linie aufsuchen muss, wobei wieder zu viel Fläche umfahren wird.

Beim Vergleich der Fehlergrößen mit Korrekturrechnung und ohne (vierte und sechste Spalte in Tab. 1) lässt sich feststellen, dass das Korrekturverfahren geholfen hat: Bei Sinusfunktion und Dreieck haben sich die prozentualen Abweichungen halbiert, Kreis, Wurzel- und Parabelfunktion weisen nur noch ein Viertel der ursprünglichen Abweichung auf, während die Fehlergröße bei der Kombination aus Halbkreis und Dreieck gegen Null tendiert. Durchschnittlich lässt sich mit Korrekturverfahren aus allen Flächen eine Abweichung von 2,88 % vom tatsächlichen Flächeninhalt errechnen. Das Planimeter braucht durchschnittlich eine Minute und 37 Sekunden zum Umrunden einer Fläche. Hierbei ist wieder zu beachten, wie groß der Umfang und der Krümmungsanteil einer Fläche sind. So braucht das Planimeter bei dem Quadrat nur eine Minute und 8 Sekunden, während es bei der Sinusfunktion zwei Minuten und 18 Sekunden braucht.

Die maximalen Ausmaße der Fläche sind in Y-Achsen-Richtung durch die Länge des Fahrarms auf 30 cm begrenzt, in X-Achsen-Richtung jedoch nur durch die Schienenlänge.

4 Diskussion

4.1 Gründe für Messfehler

Das Planimeter sollte die Grafik nur von außen anfahren, gerät es ins Innere der Grafik, so erhält man ein kleineres Ergebnis (Gegenteil von Abb. 6) und die Fläche würde zusätzlich nach dem in Kapitel 2.4.2 beschriebenen Verfahren verringert. Um dem vorzubeugen, pendelt es an jeder Stelle der Figur beim Liniesuchen zuerst nach außen.

Des Weiteren ist auch von Bedeutung, wie voll der Akku ist. Bei niedrigem Akkustand ist das Planimeter zu schwach, um sich mit normaler Geschwindigkeit zu bewegen oder es bleibt sogar stehen. Wird der Akku hingegen aufgeladen, steigt die Bewegungsgeschwindigkeit proportional an, die hastigen Pendelbewegungen werden immer unpräziser und die Genauigkeit nimmt ab. Es ist also sinnvoll, den NXT-Brick dauerhaft am Stromnetz anzuschließen, um eine konstante Leistung zu erhalten.

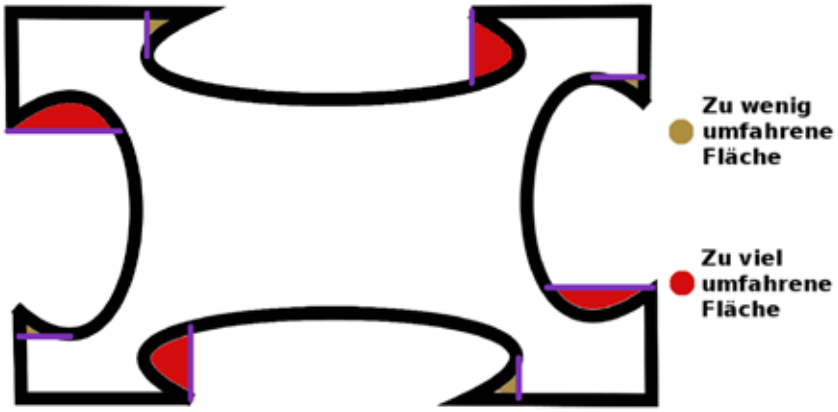

Abb. 8: In allen Umrundungsphasen kann zu viel oder zu wenig Fläche abgefahren werden.

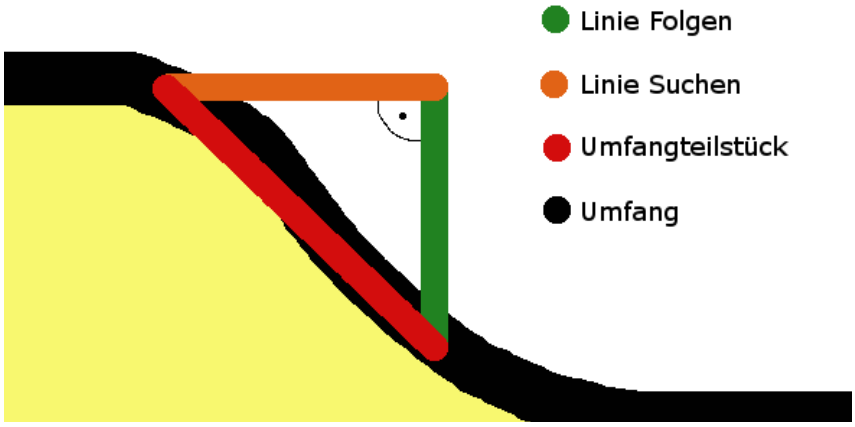

Abb. 9: Mit Hilfe des Satzes von Pythagoras kann aus Liniensuchweite und Linienfolgeweite der Umfang angenähert werden.

Einen weiteren Grund für Messungenauigkeiten bildet der Startpunkt. Bei dem vollständigen Umrunden der Fläche müssen die Motoren oft ein- und ausgefahren werden, dabei verschiebt sich das Planimeter aus mechanischen Gründen leicht und endet deshalb zwar bei den anfangs eingespeicherten Drehweiten, aber durch die leichte Verschiebung ist das nicht der Punkt, an dem es tatsächlich gestartet ist. Endet das Planimeter daher nicht auf der Linie, wird senkrecht und waagerecht gependelt, bis die Linie wieder aufgefunden wird. Häufig ist der Grund für einen Abbruch der Messung, dass der Lichtsensor sich durch Schatten sehr schnell von der Linie abbringen lässt. Dies lässt sich verhindern, indem die Sichtfläche des Lichtsensors konstant durch LEDs ausgeleuchtet wird, die direkt am Sensor montiert werden. Außerdem müssen LEDs und Sensor von einer Art Schirm umhüllt werden, um komplett unabhängig von äußeren Lichtverhältnissen arbeiten zu können.

Zusätzlich kommt es bei manchen Flächen zu Fehlmessungen, wenn der Umriss falsch abgefahren wird: Beispielsweise kann das Planimeter beim Start in der Ecke unten rechts auf der Abb. 8 in der ersten Umrundungsphase (vgl. Kapitel 2.3) der Linie nur senkrecht nach oben folgen und waagerecht pendelnd die Linie wieder aufsuchen. Kommt es an der Spitze der Einbuchtung an, pendelt es also orthogonal zur Folgerichtung, bis es wieder auf die Linie trifft, dieser Weg ist in der Abbildung in lila dargestellt. Dem Integrationsroboter ist es der Programmierung wegen nicht möglich, in

der ersten Umrundungsphase dieser konkaven Wölbung auf der Linie nach unten zu folgt, daher wird (auf der Abbildung in rot dargestellt) zu viel Fläche umfahren. Um dem vorzubeugen, müsste man die in Kapitel 2.3 beschriebene „Maximalsuchweite“ verringern, der Integrationsroboter würde dann im eben beschriebenen Beispiel nicht so weit waagrecht pendeln und wieder unter Auslassung der konkaven Wölbung auf die Linie treffen, sondern früher zur zweiten Umrundungsphase wechseln, in der er dann senkrecht suchend und waagerecht nach links folgend die Wölbung abfahren könnte. Beim Beginn der dritten Umrundungsphase müsste er jedoch auch erkennen, dass er derselben Linie nicht wieder zurück folgen darf, sondern mit der ersten Umrundungsphase neu beginnen muss.

4.2 Umfangsberechnung

Der Integrationsroboter kann auch den Umfang einer Fläche bestimmen, indem er jedes Mal, nachdem er einmal der Linie gefolgt ist und sie wieder gefunden hat, mit Hilfe des Satzes von Pythagoras aus der Linienfolgeweite und der Liniensuchweite ein Teilstück berechnet (vgl. Abb. 9). Die Summe aller Teilstücke entspricht daraufhin nach der vollständigen Umrundung näherungsweise dem Umfang. Hierbei muss man allerdings beachten, dass durch den Aufbau des Planimeters die Umsetzung der Motoren unterschiedlich ist: Während Motor C für eine Strecke von 21 cm durchschnittlich 1000 MDW braucht, benötigen Motor A und B für dieselbe Strecke durchschnittlich nur 315 MDW.

5 Zusammenfassung

In diesem Projekt konnte aufbauend auf einer langen Geschichte der Planimeterentwicklung aus einem Lego-Mindstorms-Set ein Roboter mit der Funktionsweise eines Koordinatenplanimeters gebaut und programmiert werden. Die Programmierung erfolgte mit der Programmierumgebung BricxCC, die Befehle durch Quellcodes an den Steuerungscomputer (NXT-Brick) überträgt.

Nach einigen Testdurchläufen wurden mechanische und digitale Probleme sowie Probleme mit dem Verfahren ermittelt und Verbesserungen umgesetzt. Es erfolgte eine Kalibrierung, bei der ein Proportionalitätsfaktor ermittelt wurde. Außerdem ermöglicht es ein Korrekturverfahren auch bei extremen Flächenformen möglichst genaue Messungen durchzuführen. In anschließenden Testdurchläufen wurde die Ungenauigkeit errechnet.

Mit einer durchschnittlichen Ungenauigkeit zwischen 0,1 % und 7,8 % ist die Praxistauglichkeit eines Integrationsroboters, der analoge Verfahren mit digitalen Möglichkeiten kombiniert, bewiesen. Nicht nur der Flächeninhalt, sondern auch der Umfang einer Fläche kann durch diesen Roboter vollkommen autonom ermittelt werden.

Danksagung

Vor allem gilt mein Dank Martin Weber. Er hat mich erst dazu ermutigt, an Jugend Forscht teil zu nehmen und stand mir mit Tipps jeder Zeit zur Seite. Auch möchte ich meiner Mutter danken, sie hatte die mühsame Aufgabe, meine Arbeit mehrmals Korrektur zu lesen.

Zum Schluss muss ich auch noch den Veranstaltern in Ludwigshafen, Bitburg und Remagen danken, die keine Kosten und Mühen gescheut haben, um Jugend Forscht für uns zu einem unvergesslichen Erlebnis zu gestalten.

Quellenverzeichnis

[Bau55] Bauernfeind, C. M.: Bauernfeind, zur Geschichte der Planimeter. Dinglers Polytechnisches Journal. Band 137. Nr. XXII. (S. 81-87). 1855. http://dingler.culture.hu-berlin.de/article/pj137/ar137022.

[BB01] Blum, Daniel ; Bovermann, Til: Gedankengeschichte der Analogrechengeräte. Website, Mai 2001. http://www.techfak.uni-bielefeld.de/ags/wbski/lehre/digiSA/Gedankengeschichte/Ausarbeitungen/1105.pdf; Besucht am 11.10.13 und 12.10.13.

[Blu04] Bluemich, Wolf-G.: Wie funktioniert ein Polarplanimeter? Website, Juli 2004. – Deutsche Adaption von Paul Kunkel; http://bluemich.net/rechner/rmplanimeter.htm; Besucht am 8.10.13 und 11.10.13.

[DH09] [DH09] - Drechsler, Stefan ; Haeberlin, Barbara: Prinzipien und Konstrukteure nichtintegrierender Planimeter, ein historischer Ueberblick. Website, 2009 http://www.rechnerlexikon.de/files/drehae2009.pdf; Seiten 1-4; Besucht am 10.10.13. (Zitiert auf Seite 4).

[Kra06] Krause, Christine: Die Analogrechentechnik unter besonderer Berücksichtigung der Entwicklung von Analogrechnern in Thüringen und Sachsen. Website, 2006. http://www.tu-ilmenau.de/fileadmin/media/dbis/krause/Analogrechentechnik_Tagungsband_Greifswald2006_ChrKrause.pdf; Seiten 1,4-7 Ort: Illmenau; Besucht am 12.10.13. (Zitiert auf Seite 4)

[Vol00] Vollrath, Hans-Joachim: Planimeter. Website, Juli 2000. http://www.history.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/ausstell/planimet/index.html, auch die dort aufrufbaren Seiten 'Bereiche', 'Geschichte der Planimeter' und 'Funktionsweise' wurden besucht; Besucht am 8.10.13/ 10.10.13/ 11.10.13/ 12.10.13.

[Wik13] Planimeter. Website, April 2013. http://de.wikipedia.org/wiki/Planimeter; Besucht am 8.10.13.

[Wik14] Planimeter. Website, Juni 2014. Wiktionary; http://de.wiktionary.org/wiki/Planimeter; Besucht am 3.5.15.