

## Wenn ein „Stern“ vom Himmel fällt

### Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf dem Mond und der Erde

Um die Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf dem Mond zu bestimmen, werden Krater größendifferenziert ausgezählt. Eine Computersimulation kompensiert dabei, dass durch sich überdeckende Krater die Einschlagshäufigkeit von der Kraterhäufigkeit abweicht. Eine weitere Computersimulation wird genutzt, um aus den Ergebnissen für den Mond Aussagen über die Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf der Erde zu treffen.

#### 1 Einführung

Beim Beobachten des Mondes durch ein astronomisches Fernrohr ist zu erkennen, dass dessen Oberfläche mit Kratern unterschiedlicher Größe durchsetzt ist. Diese Strukturen finden sich auch auf Nahaufnahmen der Mondoberfläche, wie sie zum Beispiel bei den Apollo-Missionen entstanden sind.

Alle diese Krater sind Folgen von Asteroiden- und Kometeneinschlägen auf dem Mond seit seiner Entstehung vor 4,5 Milliarden Jahren.

Auch unsere Erde ist von dem Asteroidenbombardement nicht verschont worden, allerdings sind die Folgen der Einschläge nicht so leicht ersichtlich wie auf dem Mond. Kleinere, mit der Erde kollidierende Körper verglühen bereits in der Atmosphäre. Uns sind diese Leuchterscheinungen als Meteore bekannt. Doch selbst wenn ein Asteroid den Erdboden erreicht, hinterlässt er aufgrund der überwiegend flüssigen Oberfläche der Erde und der Erosion (durch Wind, Regen und chemische Zersetzung) auf den festen Teilen der Erde keine dauerhaften Spuren – Ausnahmen bilden natürlich Krater in der

Größenordnung des Nördlinger Ries oder des bekannten Barringer-Kraters (Arizona, USA).

Die folgende Arbeit beschäftigt sich mit der Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf dem Mond und der Erde. Grundgedanke ist, dass sich die Einschlagswahrscheinlichkeit auf dem Mond sehr einfach bestimmen lässt: Da auf unserem Trabanten wesentlich weniger Erosion herrscht als auf der Erde, sind alle nicht durch Lava in den Maria bedeckten bzw. durch andere Krater überdeckten Krater seit der Mondentstehung beobachtbar.

Die Untersuchung findet unter der vereinfachenden Annahme statt, dass die Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden seit der Mondentstehung konstant geblieben ist. Ein größendifferenziertes Auszählen dieser Krater genügt also, da das Alter des Mondes bekannt ist, um die größenabhängige und zeitlich gemittelte Einschlagshäufigkeit von Asteroiden auf dem Mond zu ermitteln. Die eigenen Ergebnisse werden mit Arbeiten zur Kraterhäufigkeit von Shoemaker (1970) [9], Baldwin (1971) [1], Hartmann (1971) [6] und Neukum (1974) [8] verglichen.

Durch sich überdeckende Krater weicht die Einschlags- von der Kraterhäufigkeit ab. Eine Computersimulation wird genutzt, um aus der Krater- auf die Einschlagshäufigkeit zu

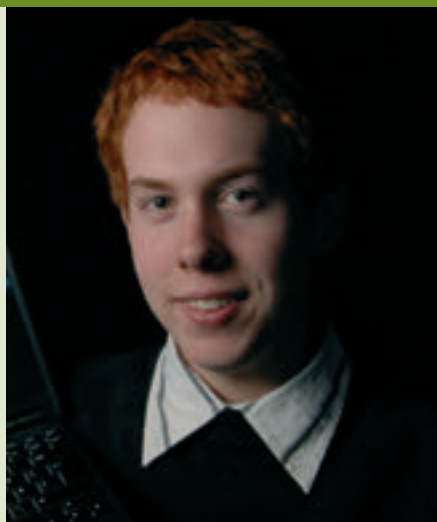
#### Autor

Raphael Errani, \*1990  
Neuenkirchen

Schule:  
Athenaeum Stade

Eingang der Arbeit:  
Juni 2007

Zur Veröffentlichung angenommen:  
November 2007



schließen. Um nun auf die Einschlagswahrscheinlichkeit auf der Erde zu schließen, wird durch eine Computersimulation das Einschlagsverhältnis Erde/Mond bestimmt, welches aussagt, in welchem Maße mehr Asteroiden die Erde treffen als den Mond. Dazu generiert die Simulation Asteroidenorbits mit zufälligen, minimal unterschiedlichen Startgeschwindigkeiten und zählt die Anzahl der Orbits, die die Erde bzw. den Mond treffen. Das Produkt aus diesem Verhältnis und der zeitlich gemittelten Einschlagswahrscheinlichkeit auf dem Mond ergibt die zeitlich gemittelte Einschlagswahrscheinlichkeit auf der Erde. Durch Arbeiten von Bond (1982) [2] kann aus der sich auf die Kratergröße beziehenden Wahrscheinlichkeit die Einschlagshäufigkeit in Abhängigkeit der Energie des Asteroiden gewonnen werden – welche nun wiederum mit der derzeitigen Literatur [10] vergleichbar ist.

## 2 Einschlagswahrscheinlichkeit auf dem Mond

### 2.1 Mondaufnahmen

Zum Bestimmen der Einschlagshäufigkeit von Asteroiden auf dem Mond reicht ein größendifferenziertes Auszählen der Mondkrater. Stichprobenartig werden bestimmte Bereiche auf dem Mond ausgezählt. Bei der Auswahl dieser Bereiche wird darauf geachtet, dass die zu ermittelnde durchschnittliche Einschlagshäufigkeit nicht durch jüngere Gebiete wie die Maria verfälscht wird.

Die Auswertung erfolgt anhand von Mondfotos, die an der Sternwarte des Athenaeums Stade durch ein Celestron C8 (Schmidt-

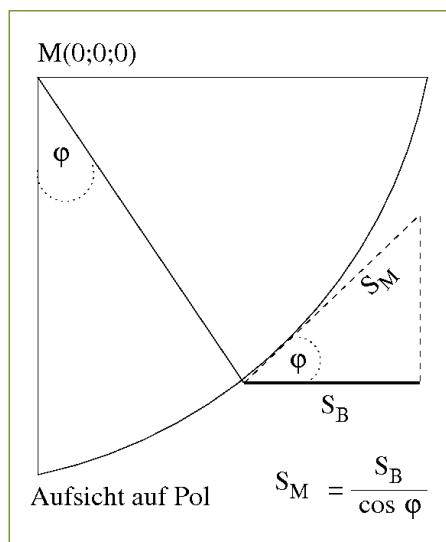


Abb. 1: Streckenstauchung entlang der Längengrade.

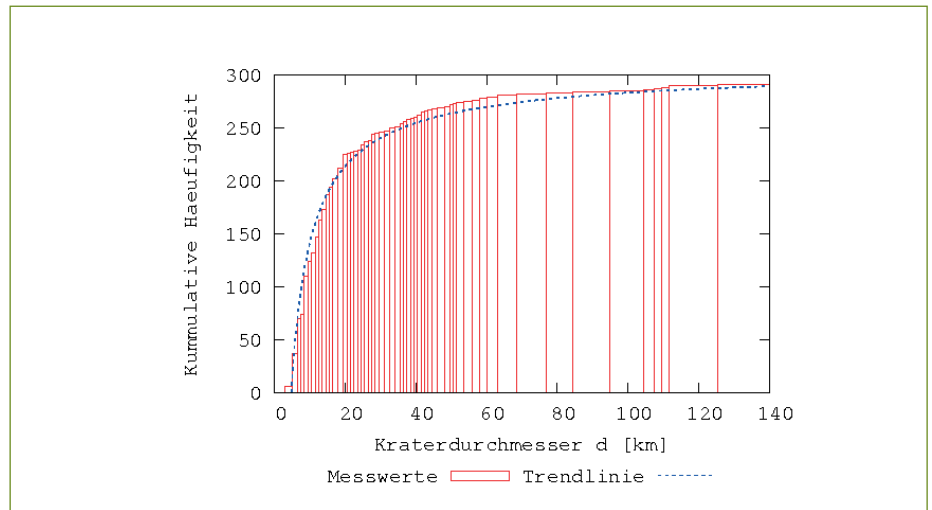


Abb. 2: Kumulative Häufigkeitsverteilung der Kraterdurchmesser für 291 Krater.

Cassegrain-Teleskop mit 0,2 m Durchmesser und 2 m Brennweite) und mit einer SBIG St7e im Primärfokus entstanden. Fotografiert wurden Gebiete um die Krater Ptolemaeus, Purbach, Sacrobosco und Stöfler mit einer Gesamtfläche von 432.134 km<sup>2</sup>.

Das Bildbearbeitungsprogramm Gimp wird zum Bestimmen der Kraterdurchmesser genutzt. Die Kratergröße wird auf den Fotos in Pixeln bestimmt. Um auf den Durchmesser in Kilometer zu schließen, muss mit einem Maßstab multipliziert werden, welcher angibt, wie viele Kilometer auf einem Pixel abgebildet werden. Um diesen zu ermitteln, bestimmt man den Quotienten aus Mondradius in Pixeln und Mondradius in km [12].

$$k = \frac{r_{Mond} [km]}{r_{Mond} [px]} = \frac{1738 \text{ km}}{1200 \text{ px}} \approx 1,4483 \frac{\text{km}}{\text{px}} \quad (1)$$

Da bei Mondfotos die Oberfläche einer Kugel auf einen planen Film projiziert wird, tritt eine in Richtung Mondrand zunehmende Längen- und Breitenverzeichnung ein. Die Stauchung nimmt mit zunehmender Breite und Länge zu (siehe Abb. 1). Werden die Kraterdurchmesser parallel zum Äquator gemessen, kann die Längenverzeichnung unbeachtet bleiben, da die Stauchung lediglich entlang der Breitengrade auftritt.

Zum Ausgleich dieser Verzeichnung muss der Längengrad des auszumessenden Kraters bekannt sein. Dazu wird auf das Foto zur Auszählung ein Gitter mit Längen- und Breitengraden gelegt, welches ein einfaches Ablesen des Längengrads ermöglicht.

Die ungestauchte Strecke  $S_M$  ergibt sich aus der beobachteten Strecke  $S_B$ , indem man letztere durch den Kosinus des Längengrads  $\varphi$  teilt (Abb. 1). Ein Ausgleich der Verzeichnung entlang der Längengrade erfolgt analog. Dort muss lediglich die beobachtete Streckenlänge durch den Kosinus des Breitengrades geteilt werden. Des Weiteren wurden die einzelnen auszählenden Gebiete möglichst klein und in Äquator- bzw. Nullmeridiannähe gewählt, damit die Länge der parallelen Seitenkanten annähernd gleich und die Fläche somit annähernd rechteckig ist.

### 2.2 Auswertung

Im ersten Schritt der Auswertung wird die Krateranzahl in Abhängigkeit des Kraterdurchmessers  $d$  kumulativ (Krater pro Fläche mit Durchmessern kleiner gleich  $d$ ) geplottet. Ziel ist es, eine Trendlinie (Abb. 2) zu interpolieren, welche die Messungenauigkeiten ausgleicht und die kumulative Kraterhäufigkeit in Abhängigkeit des Kraterdurchmessers beschreibt.

Die von Gnuplot interpolierte Trendlinie, eine Potenzfunktion, kann wie folgt notiert werden:

$$n_c(d) = -1086,1679 d^{-0,8101} + 309,641 \quad (2)$$

Dabei ist  $n'_c(d)$  die kumulative Häufigkeitsverteilung der Einschlagskrater in Abhängigkeit des Kraterdurchmessers  $d$  in km. Die Ableitung dieser Funktion  $n'_c(d)$  beschreibt die partielle Häufigkeitsverteilung  $n_p(d)$  (Krater pro Fläche mit Durchmesser  $d$ ) von Kratern in Abhängigkeit ihres Durchmessers für 291 Einschläge.

$$n'_c(d) = n_p(d) = 879,947 d^{-1,8101} \quad (3)$$

Diese Funktion deckt sich weitgehend mit der Prognose Baldwins (1971) [1], welcher für Mondkrater-Häufigkeitsverteilungen die Beziehung  $n \sim d^{-1,8}$  aufstellte.

Es wird jedoch die partielle Kraterhäufigkeit in Abhängigkeit des Durchmessers für die Gesamtzahl aller Einschläge seit der Entstehung des Mondes benötigt. Um eine Aussage über die Gesamtzahl aller Krater zu erhalten, muss die Funktion mit dem Faktor, welcher beschreibt, wie viel die Mondoberfläche größer als der ausgezählte Bereich ist, multipliziert werden. Dieser Faktor ist der Quotient aus Mondoberfläche und ausgezählter Fläche.

$$f = \frac{4\pi(1738 \text{ km})^2}{432134 \text{ km}^2} \approx 87,84 \quad (4)$$

Nun muss für die zeitlich gemittelte Einschlagshäufigkeit noch durch das Mondalter  $t_m$  von 4,527 Milliarden Jahren geteilt werden. Die partielle Einschlagshäufigkeit in Abhängigkeit der Kratergröße pro Jahr beschreibt folgende Gleichung:

$$n_{pt}(d) = \frac{n_p(d) f}{t_m} = \frac{879,94 d^{-1,8101} \cdot 87,84}{4,527 \cdot 10^9} \quad (5)$$

### 2.3 Berücksichtigung der Krater-Überdeckung

Durch sich überdeckende Krater weicht die Einschlagshäufigkeit von der Kraterhäufigkeit ab, da weniger Krater gezählt werden, als es Einschläge gab. Um die hierdurch entstehenden Fehler beim Bestimmen der Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf dem Mond zu kompensieren, wird eine Computersimulation genutzt, die auf einer Fläche Mondkrater gemäß der beobachteten Mondkratergrößen-Häufigkeitsverteilung (Gl. 5) mit zufälligen Koordinaten entstehen lässt. Überdeckte Krater werden aus der Liste der sichtbaren Krater entfernt, aus welcher eine neue Kratergrößen-Häufigkeitsverteilung interpoliert wird. Die Simulation gibt als Korrekturfaktor für das Abweichen der Einschlags- zur Kraterhäufigkeit den Quotienten aus beobachteter und simulierter Häufigkeitsverteilung aus (Abb. 3). Die diesen Korrekturfaktor  $q$  beschreibende Trendlinie kann als gebrochene rationale Funktion wie folgt notiert werden:

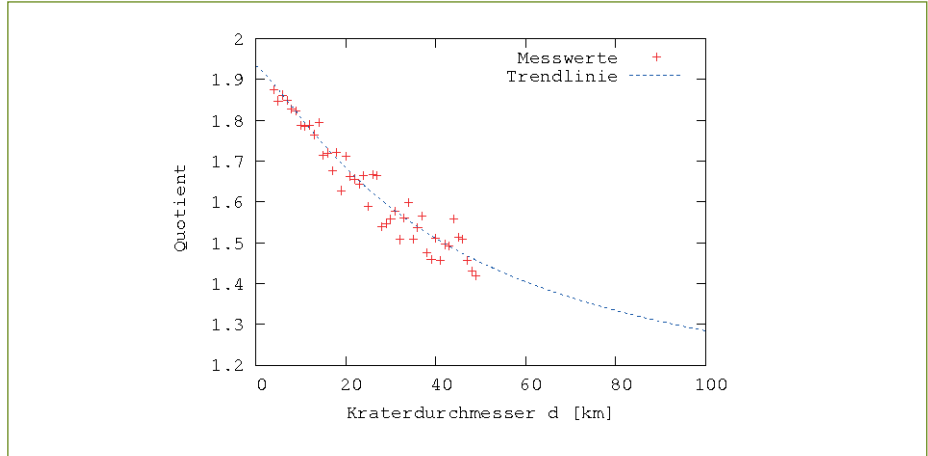


Abb. 3: Quotient aus beobachteter und simulierter Mondkratergrößen-Häufigkeitsverteilung.

$$q(d) = \frac{1,935 + 0,136d + 0,001627d^2}{1 + 0,0758d + 0,001627d^2} \quad (6)$$

Für kleine Krater führt diese Funktion zu Abweichungen von Faktoren bis zu knapp 2, mit größer werdenden Kratern nimmt das Abweichen von Einschlags- und Kraterhäufigkeit ab.

Die Einschlagswahrscheinlichkeitsfunktion  $n_{pt}(d)$  von Asteroiden auf dem Mond (Abb. 4) lässt sich nun, unter Einbeziehung der Ergebnisse aus der Bedeckungs-Simulation, wie folgt notieren:

$$n_{pt}(d) = \frac{879,94 d^{-1,8101} \cdot 87,84 \cdot q(d)}{4,527 \cdot 10^9} \quad (7)$$

Abb. 4 zeigt die Einschlagswahrscheinlichkeitsfunktion von Asteroiden auf dem Mond, aufbauend auf den eigenen Mess-

werten ( $n \sim d^{-1,8101}$  für  $4 \text{ km} < d < 100 \text{ km}$ ) für die Kratergrößen-Häufigkeitsverteilung des ausgewerteten Bereichs auf dem Mond sowie den Häufigkeitsverteilungen nach Baldwin [1] ( $n \sim d^{-1,8}$  für  $20 \text{ km} < d < 100 \text{ km}$ ), Hartmann [6] ( $n \sim d^{-2,0}$  für  $0,5 \text{ km} < d < 100 \text{ km}$ ) und Shoemaker [9] ( $n \sim d^{-2,9}$  für  $0,1 \text{ km} < d < 1 \text{ km}$ ). Deutlich wird ein zunehmendes Abweichen meiner Ergebnisse von den Literaturergebnissen bei kleiner werdenden Kratern. Bei Kratern mit  $d > 10 \text{ km}$  ist mit einem Faktor kleiner als 1,25 zu der Hartmann-Prognose und einem Faktor kleiner als 2 zur Baldwin-Prognose eine akzeptable Näherung erreicht.

### 3 Ermittlung des Einschlagverhältnisses Erde/Mond

Im Folgenden wird das Einschlagverhältnis Erde/Mond bestimmt, welches genutzt wird, um die Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf dem Mond auf die Erde zu übertragen. Dieses Einschlagverhältnis hängt vom Verhältnis der Querschnittsflächen von

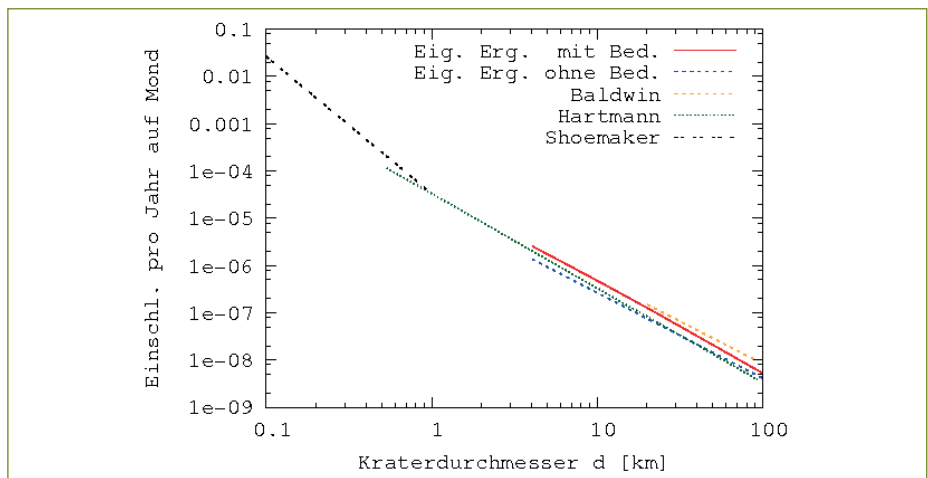


Abb. 4: Zeitlich gemittelte Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf dem Mond. Es sind die eigenen Ergebnisse (Eig. Erg.) mit Bedeckungs-Korrekturfunktion (mit Bed.) und ohne Bedeckungs-Korrekturfunktion (ohne Bed.) sowie Daten anderer Wissenschaftler geplottet.

Erde und Mond ab. In welchem Maße die höhere Masse der Erde die Asteroiden dahingehend beeinflusst, dass mehr Asteroiden die Erde als den Mond treffen, soll durch eine Computersimulation geklärt werden.

Asteroiden befinden sich überwiegend im Asteroidengürtel zwischen Mars und Jupiter sowie im Kuipergürtel, welcher außerhalb der Neptunbahn liegt. Durch Kollision mit einem anderen Asteroiden verlieren sie Bewegungsenergie und fallen ins Sonnensystem-Innere.

Es wird das Einschlagsverhältnis für Kuipergürtel-Asteroiden bestimmt, da ein Abweichen des Einschlags- zum Oberflächenverhältnis bei diesen Asteroiden ein aussagekräftigeres Ergebnis als bei Asteroiden aus dem Asteroidengürtel darstellt. Asteroiden aus dem Asteroidengürtel haben eine niedrigere Geschwindigkeit bei der Erde, da sie noch keinen so weiten Weg ins Sonnensystem-Innere zurück gelegt haben. Damit ist die Zeit, in der die Erde mit ihnen gravitativ wechselwirkt, länger und zudem führen gleiche Geschwindigkeitsänderungen zu größeren Ablenkwinkeln. Daher ist davon auszugehen, dass bei Asteroiden aus dem Asteroidengürtel das Einschlagsverhältnis stärker vom Oberflächenverhältnis abweicht als bei den Asteroiden aus dem Kuipergürtel, welche in der folgenden Simulation Verwendung finden.

### 3.1 Physikalisches System

Zum Bestimmen des Einschlagsverhältnisses wird ein Asteroid aus dem Kuipergürtel so abgebremst, dass er seine ursprüngliche Umlaufbahn verlässt und ins Sonnensystem-Innere, dabei ins Erde/Mond-System, fällt. Durch zufälliges, minimales Variieren der Startgeschwindigkeiten des Asteroiden trifft dieser entweder die Erde, den Mond oder nichts. Es werden etliche solcher Asteroidenorbits erstellt und die Einschläge auf Erde und Mond gezählt (Abb. 5).

Die Bahn des Asteroiden ergibt sich durch die gravitative Wechselwirkung mit anderen Körpern.

Dabei ist der Vektor der Gravitationskraft zwischen zwei Körpern gemäß den Newtonschen Gesetzen:

$$\vec{F} = G m_1 m_2 \frac{1}{r^3} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (8)$$

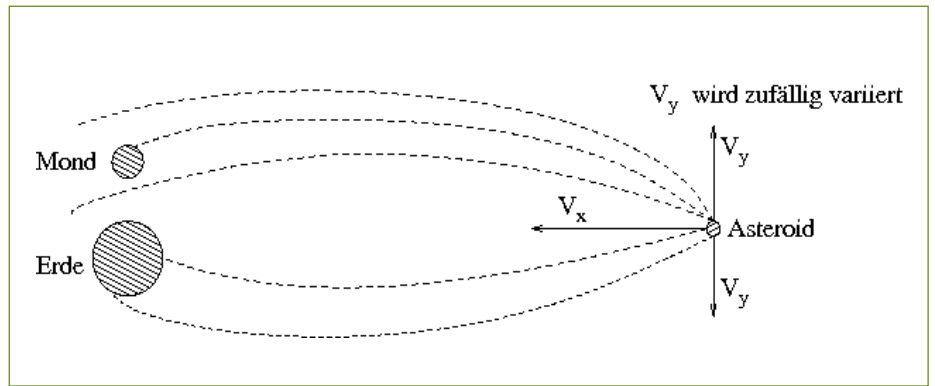


Abb. 5: Geschwindigkeitsveränderung in Y-Richtung, einige mögliche Bahnen.

Die erfahrene Beschleunigung ergibt sich aus der Grundgleichung der Mechanik:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_1} \quad (9)$$

Das Produkt aus Beschleunigung und Zeit  $\Delta t$  ergibt die Geschwindigkeitsveränderung  $\Delta \vec{v}$ :

$$\Delta \vec{v} = \vec{a} \Delta t \quad (10)$$

Die neue Geschwindigkeit ist die Summe aus alter Geschwindigkeit und Geschwindigkeitsveränderung. Das Produkt aus Geschwindigkeit und Zeit ergibt die Positionsveränderung:

$$\vec{v} \Delta t = \Delta \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (11)$$

Die neue Position ist die Summe aus alter Position und Positionierungsveränderung.

### 3.2 Physikalische Vereinfachungen

Zum Verringern des Rechenaufwands werden mehrere physikalische Vereinfachungen vorgenommen.

Da die Simulation zum Bestimmen des Einschlagsverhältnisses Erde/Mond genutzt wird, wird lediglich das Mehrkörpersystem aus Sonne, Erde, Mond und Asteroid simuliert. Die Wechselwirkung mit anderen Himmelskörpern wird ignoriert. Da die Sonnenbewegung winzig klein ist und somit keinen Einfluss auf die Asteroidenbahn nimmt, kann die Sonne als unbewegliches Objekt im Koordinatenursprung dargestellt werden. Erd-

und Mondbahn bleiben von den gravitativen Wechselwirkungen mit dem Asteroid nahezu unberührt, da Erde und Mond weit träger als ein durchschnittlicher Asteroid auf Kollisionskurs sind. Daher können die Bahnen unter Vernachlässigung der Wechselwirkung mit dem Asteroiden simuliert werden.

### 3.3 Näherungsverfahren

Im Folgenden werden Verfahren zum Simulieren der Bewegung von Himmelskörpern beschrieben.

#### 3.3.1 Einschrittverfahren

Da für newtonsche Gleichungen keine allgemeine exakte Lösung für mehr als zwei Körper bekannt ist, wird ein iteratives Verfahren nach dem Prinzip des Eulerschen Polygonzugs genutzt.

Dabei werden in Zeitabständen  $\Delta t$  die auf den Körper wirkenden Kräfte  $\vec{F}$  durch die newtonschen Gesetze bestimmt. Aus der Masse  $m_1$  des Körpers und den erfahrenen Kräften erfolgt gemäß der Grundgleichung der Mechanik die Beschleunigung  $\vec{a}$ , durch welche die Geschwindigkeit  $\vec{v}$  und die Positionsänderung berechenbar sind. Die Genauigkeit nimmt mit abnehmender Schrittweite  $\Delta t$  zu. Nur im Grenzfall  $\Delta t \rightarrow 0$  wäre das Ergebnis exakt, daher wird versucht,  $\Delta t$  im Rahmen der Fehlertoleranz und Rechengeschwindigkeit möglichst klein zu wählen. Der Fehler ist proportional zu Schrittweite  $\Delta t$  und Geschwindigkeit  $\vec{v}$  des Körpers. Da das Verfahren iterativ ist, kann der Fehler bei jedem Messpunkt verstärkt werden (Abb. 6).

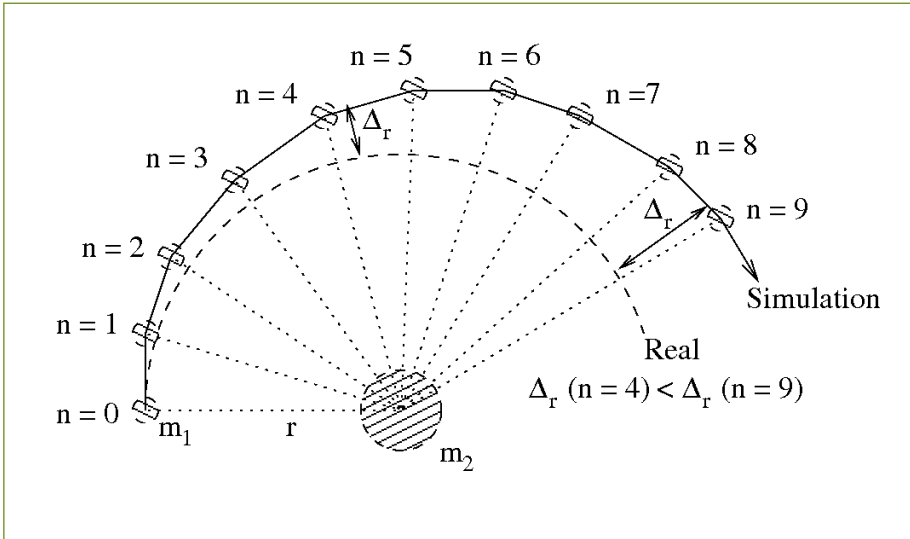


Abb. 6: Einschrittverfahren: Mögliche Verstärkung des Fehlers bei jedem Messpunkt.

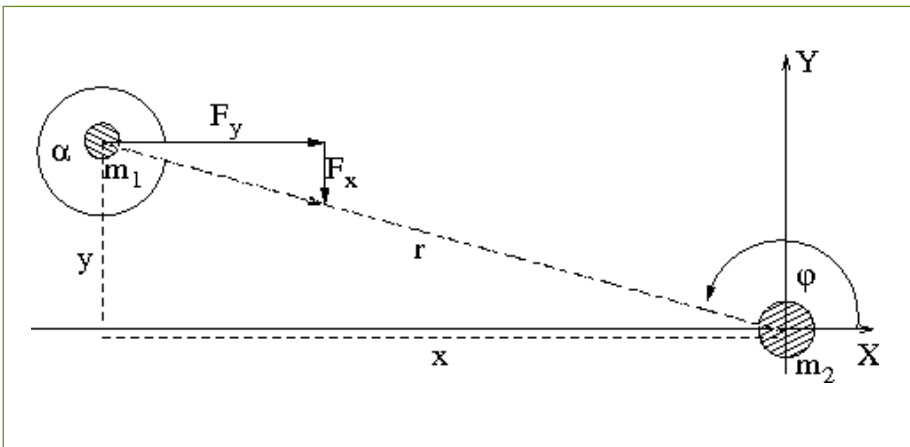


Abb. 7: Ausgangssituation mit Winkeln und bekannten Größen.

### 3.3.2 Keplerellipsen

Ein weiteres Verfahren zum Beschreiben eines Orbits ist durch die newtonschen und keplerschen Gesetze gegeben, welche zur Konstruktion einer Keplerellipse genutzt werden.

Um die Keplerellipse auf einer Ebene zu beschreiben, werden zwei Konstanten der

Bewegung, k und h, benötigt [7]:

$$k = r_0 v_x |\sin(\alpha)| \quad (12)$$

$$h = \frac{1}{2} v^2 - \frac{\mu}{r_0} \quad (13)$$

Als Startbedingung wird der Positionsvektor  $r_0$  des Trabanten übergeben. Zusätzlich wird der Parameter  $\mu$  benötigt:

$$\mu = G (m_1 + m_2) \quad (14)$$

Die numerische Exzentrizität e lässt sich dann beschreiben als:

$$e = \sqrt{\frac{2 h k}{\mu^2} + 1} \quad (15)$$

Die folgende Funktion beschreibt den Radius r in Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$ :

$$r(\varphi) = \frac{\frac{k^2}{\mu}}{1 + e \cos(\varphi)} \quad (16)$$

Winkel und Größen sind an Abb. 7 dargestellt.

Durch Verändern von  $\varphi$  wird der aktuelle Abstand des Körpers  $m_1$  zum Körper  $m_2$ , welcher dauerhaft am Koordinatenursprung (0;0) bleibt, bestimmt. Die neuen Koordinaten ergeben sich folgendermaßen:

$$x(\varphi) = r(\varphi) \cdot (-\cos \varphi) \quad (17)$$

$$y(\varphi) = r(\varphi) \cdot \sin \varphi \quad (18)$$

Beschreibt man den Orbit eines Körpers durch eine Keplerellipse, betrachtet man nur das Zweikörpersystem des Trabanten um das Objekt in einem der Brennpunkte der Ellipse. Kräfte dritter Körper lassen sich auf diesem Wege nicht berücksichtigen. Sind jene jedoch zu vernachlässigen, hat diese Methode dem Einschrittverfahren gegenüber den Vorteil, dass für genaue Ergebnisse nicht die Schrittweite gesenkt und somit die Rechenzeit erhöht werden muss, da die den Radius beschreibende Gleichung explizite Ergebnisse liefert.

### 3.4 Grundzüge des Simulationsprogramms

Im Folgenden werden Struktur und Algorithmus des Simulationsprogramms dargestellt.

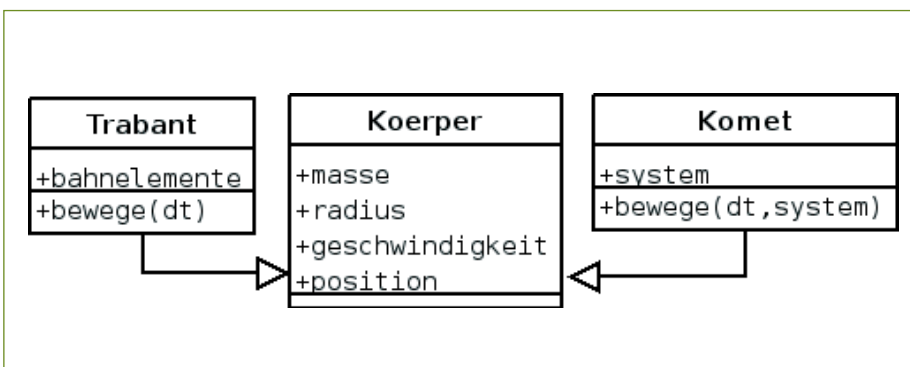


Abb. 8: Vererbung der Himmelskörper-Klassen (UML).

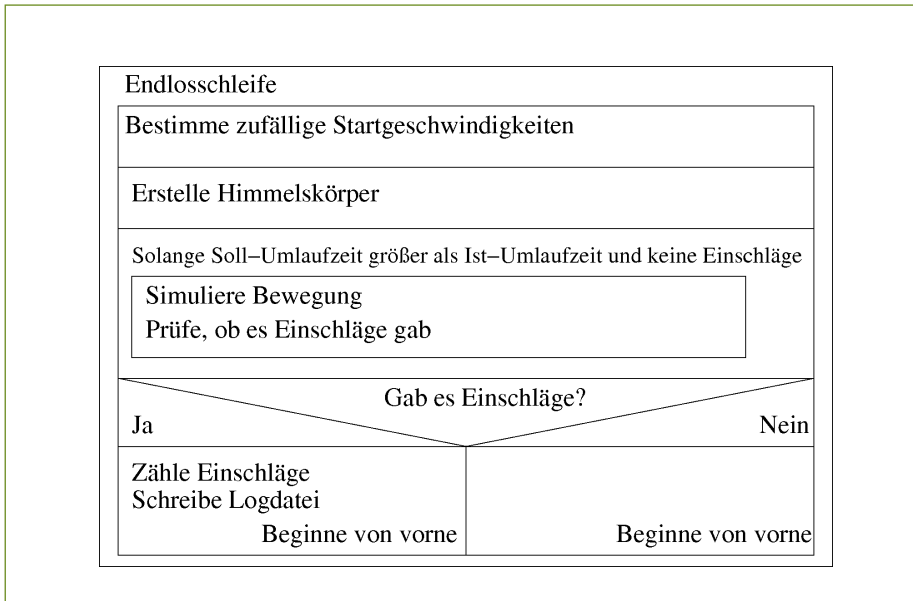


Abb. 9: Struktogramm des Simulationsprogramms zur Berechnung des Einschlagverhältnisses.

### 3.4.1 Himmelskörperklassen

Die Sonne wird durch ein Objekt der Klasse *Koerper* beschrieben, welches keine Möglichkeiten zum Verändern der Koordinaten bietet. Erde und Mond, als Objekte der Klasse *Trabant*, erben die Eigenschaften der Klasse *Koerper*, diese werden jedoch um die Fähigkeit der Koordinatenaktualisierung erweitert. Der Orbit wird als Keplerellipse beschrieben. Der Asteroid als Objekt der Klasse *Komet* erbt ebenfalls Eigenschaften der Klasse *Koerper* und erhält ergänzend die Fähigkeit der Koordinatenaktualisierung durch das beschriebene Einschrittverfahren (siehe Abb. 8).

Durch diese Struktur sehen alle Objekte nach außen hin identisch aus und verhalten sich gleich, lediglich der Algorithmus zur Koordinatenbestimmung verläuft bei jeder Klasse unterschiedlich.

### 3.4.2 Algorithmus

Beim Programmstart werden die zufälligen Startgeschwindigkeiten bestimmt. Daraufhin werden die die Himmelskörper darstellenden Objekte initiiert. Solange der Asteroid weder Mond noch Erde getroffen hat und der zu simulierende Zeitraum noch nicht überschritten ist, wird die Bewegung der Körper simuliert und nach Einschlägen gesucht. Daraufhin werden, falls es Einschläge gab, diese in einer Logdatei vermerkt und der Programmablauf erneut gestartet. Dies verdeutlicht das Struktogramm in Abb. 9.

### 3.5 Ergebnisse der Simulation

Um in vertretbarer Zeit statistisch aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten, wurde eine CD auf Linux-Basis erstellt, welche ohne Festplattenzugriff nach Boot ein minimales Betriebssystem und das Simulationsprogramm zur Verfügung stellt. Diese CD wurde auf 21 Computern des Schul-PC-Raums gebootet und führte in der Zeit vom 22.12.2006 bis zum 2.1.2007 die Simulation zum Bestimmen des Einschlagverhältnisses aus.

Insgesamt wurden 642541 unterschiedliche Asteroidenbahnen simuliert. Da-

von trafen 16139 die Erde und 1084 den Mond; die restlichen Bahnen führten zu keinem Einschlag des Asteroiden. Dabei ist das Verhältnis der Einschläge der Durchschnittswert aus den Einschlagverhältnissen der 21 Computer. Das Einschlagverhältnis jedes Computers wird damit als eigenständiges Ergebnis eines Zufallsexperiments betrachtet.

$$\bar{q} = \frac{1}{21} \cdot \sum_{i=1}^{21} \frac{e_i}{m_i} = 15,03 \quad (19)$$

Daraus folgt, dass die Erde 15,03-mal häufiger von Asteroiden getroffen wird als der Mond. Das Ergebnis ist 11,15 % größer als das Oberflächenverhältnis  $V_A$  von Erde und Mond.

$$V_A = \frac{2 \pi A_{Erde}^2}{2 \pi A_{Mond}^2} = \frac{(6378 \text{ km})^2}{(1738 \text{ km})^2} \approx 13,47 \quad (20)$$

Zur statistischen Analyse dieses Ergebnisses wird die empirische Standardabweichung  $s$  als Maß für das statistische Abweichen der Ergebnisse vom korrekten Wert genutzt [5].

$$s = \sqrt{\frac{1}{21} \cdot \sum_{i=1}^{21} (q_i - \bar{q})^2} = 1,56 \quad (21)$$

Für ein signifikantes Ergebnis muss das Oberflächenverhältnis  $V_A$  mindestens um den Betrag  $1,96s \approx 3,06$  [5] vom Einschlags-

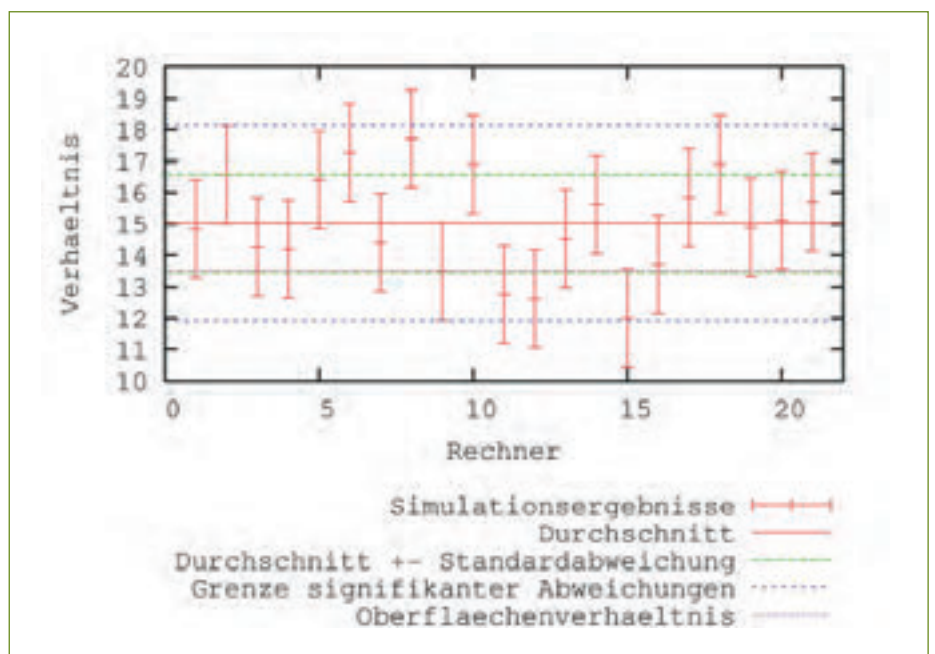


Abb. 10: Simulationsergebnisse und Auswertung.

verhältnis  $\bar{q}$  abweichen. Dies ist jedoch mit einer Differenz von  $\bar{q} - V_A = 1,56$  nicht gegeben. Der Trend ist zwar erkennbar, allerdings ist das Ergebnis nicht signifikant. In Abbildung 10 sind diese Ergebnisse grafisch dargestellt.

Das geringe Abweichen lässt sich durch die vom Asteroiden durch die Sonne erfahrene hohe Beschleunigung erklären, gegen welche die Erdbeschleunigung sich nur gering auf die Asteroidenbahn auswirkt. Um die Standardabweichung zu senken und ein signifikantes Ergebnis zu erhalten, müsste die Anzahl der Rechenläufe erhöht werden. Da jedoch der Schul-PC-Raum nicht für eine längere Zeit als die in der vorhergehenden Simulation genutzten durch eine Simulation belegt werden kann, muss dieses Ergebnis als Endergebnis dienen.

## 4 Einschlagswahrscheinlichkeit auf der Erde

Durch das Auswerten der Mondfotos ist die zeitlich gemittelte, größenabhängige Einschlagshäufigkeit von Asteroiden für den Mond bekannt. Der Faktor  $q(d)$  aus Gleichung 6 gleicht das Abweichen von Einschlags- und Kraterhäufigkeit durch sich überdeckende Krater aus. Die Computersimulation ergab, dass 15,03-mal mehr Asteroiden die Erde als den Mond treffen. Für die gesuchte Einschlagswahrscheinlichkeit von Asteroiden auf der Erde  $n_E(d)$  muss nun lediglich die bereits ermittelte Einschlagswahrscheinlichkeitsfunktion von Asteroiden auf dem Mond mit dem durch die Computersimulation erhaltenen Verhältnis von 15,03 multipliziert werden.

$$n_E(d) = \frac{879,94 d^{-1,8101} \cdot 87,84 \cdot 15,03 \cdot q(d)}{4527 \cdot 10^9} \quad (22)$$

Die selbst ermittelte Kratergrößen-Häufigkeitsverteilung ist nur für das Intervall [4 km; 140 km] aussagekräftig, deckt sich jedoch auch im Intervall [1 km; 4 km] mit der Häufigkeitsverteilung Hartmanns [6]. Für das Intervall [0,1 km; 1 km] wird auf Shoemakers [9] Verteilung zurückgegriffen.

## 4.1 Kratergröße-Energie-Relation

Um einen Literaturvergleich zu vereinfachen, wird anstelle der Kratergröße die kinetische Energie des Asteroiden entlang der X-Achse aufgetragen. Nach J. W. Bond [2] lässt sich der Kraterdurchmesser  $d$  in km wie folgt in Abhängigkeit der Einschlagsenergie  $E$  in Joule bestimmen:

$$d = 10^{-5,6252} (\epsilon E)^{0,3284} \quad (23)$$

Dabei ist  $\epsilon$  der "efficiency factor", welcher beschreibt, wie viel der kinetischen Energie in die Kraterbildung fließt. Dieser wird von Braslau (1970) [3] als  $\sim 0,5 - 0,75$  geschätzt. Der Graph wird, da die Abweichung durch Variation von  $\epsilon$  vernachlässigbar gegenüber den anderen Fehlern ist, nur für  $\epsilon = 0,5$  geplottet.

## 4.2 Vergleich mit der Literatur

Die selbst ermittelte Einschlagswahrscheinlichkeit wird im Folgenden mit der von der University of New Brunswick [10] angegebenen verglichen. Diese ist in Abb. 11 als „UNB“ gekennzeichnet. Ebenfalls sind die

Einschlagswahrscheinlichkeiten eingezeichnet, welche sich aus meinen Simulationsergebnissen und den Kratergrößen-Häufigkeitsverteilungen anderer Wissenschaftler ergeben. Bei kleinen Kraterdurchmessern liegt die mit Hilfe der Häufigkeitsverteilung von Shoemaker für kleine Krater gewonnene Einschlagswahrscheinlichkeit sehr dicht bei der von der UNB angegebenen. Deutlich wird, dass die eigenen Ergebnisse für besonders große Einschlagsenergien von denen der UNB abweichen. Bei Einschlagsenergien von  $10^{23}$  J unterscheiden sich die Ergebnisse um einen Faktor 10. Für Einschlagsenergien zwischen  $10^{18}$  J und  $10^{21}$  J weichen die eigenen Ergebnisse nur wenig von den Literaturwerten ab.

## 5 Diskussion

### 5.1 Fehlerquellen

Die gesamte Auswertung fand unter der Annahme statt, dass die Einschlagswahrscheinlichkeit für Asteroiden seit der Mondentstehung konstant geblieben ist. Dies ist nicht der Fall, da vor allem die Einschlagswahrscheinlichkeit für große Asteroiden seit der Mondentstehung, nachdem der Mond seinen Orbit von Gestein gereinigt hatte, stark absank [4].

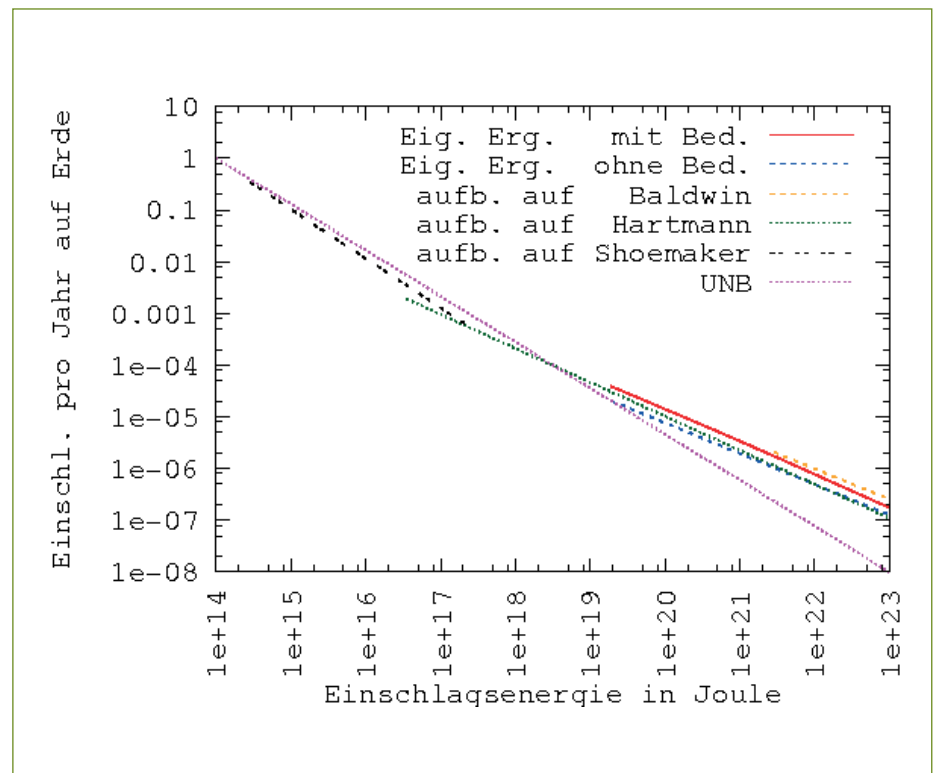


Abb. 11: Einschlagswahrscheinlichkeit auf der Erde in Abhängigkeit der Impaktorenergie. Es sind die eigenen Ergebnisse (Eig. Erg.) mit Bedeckungs-Korrekturfunktion (mit Bed.) und ohne Bedeckungs-Korrekturfunktion (ohne Bed.) sowie Daten anderer Wissenschaftler geplottet.

Außerdem erfolgte das Auszählen der Mondkrater stichprobenartig. Des Weiteren wird die Kraterhäufigkeit auf dem Mond durch Sekundärkrater, also Krater, die nicht durch den Impaktor sondern durch herausgeschleudertes Material entstehen, verfälscht [11].

Eine weitere, allerdings weniger anfällige Fehlerquelle liegt in der Computersimulation. Dort wird das Einschlagsverhältnis Erde/Mond lediglich für Asteroiden einer bestimmten Startposition im Kuipergürtel bestimmt. Außerdem vereinfacht die Simulation durch Vernachlässigen aller anderen Planeten das Mehrkörpersystem.

Nicht zuletzt muss die für den Vergleich erforderliche Umrechnung von Kratergröße zu Impaktorenergie genannt werden, welche nur näherungsweise erfolgt, da die Gleichungen Bonds weder Einschlagswinkel, Impaktorgeschwindigkeit noch das Material des Asteroiden berücksichtigen.

## 5.2 Aussagekraft der Ergebnisse

Für große Krater und somit auch große Einschlagsenergie weichen die Ergebnisse stark von denen der UNB ab. Eine Erklärung liefert hier nicht die selbst ermittelte Mondkratergrößen-Häufigkeitsverteilung, da diese für große Krater einen sehr geringen Fehler gegenüber den Literaturwerten aufweist.

Der Graph der UNB, welcher die Einschlagswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Impaktorenergie beschreibt, stellt im doppelt logarithmisch skalierten Koordinatensystem eine Gerade dar. Dies lässt auf ein Potenzgesetz mit einfachem, also nicht variablen und somit nicht in Abhängigkeit des Kraterdurchmessers stehenden, Exponenten schließen.

Neukum beschreibt den Exponenten jedoch als variabel [8]. Von daher ist zu vermuten, dass die Ergebnisse der UNB ungenau sind. Selbst wenn Bonds Kratergröße-Energie-Relation lediglich Näherungswerte liefert, ist es unwahrscheinlich, dass diese Abweichung den Exponenten der Einschlagswahrscheinlichkeitsfunktion konstant scheinen lässt. Aus diesem Grunde ist zu vermuten, dass die eigenen Einschlagswahrscheinlichkeiten für Krater der beobachteten Durchmesser dichter an der Realität liegen als die der UNB.

## 5.3 Fazit

Allumfassend ist das Ergebnis unter Berücksichtigung der verwendeten Mittel und gemachten Vereinfachungen zufriedenstellend. Es gelang, eine Kraterhäufigkeit auf dem Mond zu ermitteln und die Ergebnisse durch Baldwin et al. zu bestätigen. Durch eine Computersimulation wurde gezeigt, dass durch sich überdeckende Krater die Einschlagshäufigkeit von der Kraterhäufigkeit abweicht. Die Computersimulation zum Einschlagsverhältnis Erde /Mond lieferte Ergebnisse mit deutlichem Trend und brachte die Erkenntnis, dass vor allem die Querschnittsfläche der Erde, weniger ihre Masse, für die Anzahl der eingefangenen Asteroiden entscheidend ist. Die ermittelte Einschlagswahrscheinlichkeit liegt dicht an der in der Literatur angegebenen; im Größenbereich der beobachteten Krater ist die ermittelte Einschlagswahrscheinlichkeit vermutlich dichter an der Realität als die von der UNB angegebene.

## Dank

Nur durch die große Unterstützung anderer wurde mir das Verfassen dieser Arbeit ermöglicht.

Aus diesem Grunde geht besonderer Dank an Dr. Hans-Otto Carmesin als Leiter der AG für Astronomie & Jugend-forscht am Athenaeum Stade für seine stets hilfreichen Hinweise sowie seine konstruktiv kritischen Anmerkungen, welche für diese Arbeit richtungweisend waren.

Weiterer Dank geht an Ole Vanhöfer (Athenaeum Stade), Carolin Liefke (Hamburger Sternwarte), Heiko Hermann (Astrotreff.de) sowie das ASL der VEGA.

## Literatur

- [1] R. B. Baldwin: Icarus Number 14, 1971, S. 36
- [2] J. W. Bond (SMPS University of Sussex): On the Relationships between Impact Crater Diameters and Projectile kinetic Energy, 2.3.1982, veröffentlicht in Earth, Moon, and Planets Volume 26 Number 3, Springer Niederlande, S. 317 – 321
- [3] D. Braslau: Geophys. Res. Number 75, 1970, 3987.
- [4] R. Chini (Ruhr-Universität Bochum): Einführung in die Astronomie I + II, Oktober 2006 [http://www.astro.ruhr-uni-bochum.de/astro/topics/vorlesungen/chini/Skript\\_Planeten.pdf](http://www.astro.ruhr-uni-bochum.de/astro/topics/vorlesungen/chini/Skript_Planeten.pdf)
- [5] H. Griesel, H. Postel et al.: Elemente der Mathematik 12/13, Schrödel Hannover, 1.Auflage 2002, Kapitel 14, Zufallsgrößen, S. 407, Kapitel 15, Beurteilende Statistik, S. 469
- [6] W. K. Hartmann, The Moon Number 3, 1971, S. 3
- [7] H. Karttunen, P. Kröger et al.: Fundamental Astronomy, Springer Berlin, 4. Auflage Juni 2003 Kapitel 7, Celestial Mechanics, S. 135 – 141
- [8] G. Neukum, B. König (Max-Planck-Institut Kernphysik, Heidelberg), et al.: A Study of Lunar Impact Crater Size distributions, 14.10.1974, veröffentlicht in Earth, Moon, and Planets, Volume 12 Number 2, Springer Niederlande, S. 201 – 229
- [9] E. M. Shoemaker: Origin of Fragmental Debris on the Lunar Surface and the History of the Bombardment of the Moon, 1970, vorgestellt beim I Seminario de Geologia Lunar, University of Barcelona
- [10] J. Spray, J. Hines (PASSC University of New Brunswick): Impact Cratering on Earth, 9.11.2006, <http://www.unb.ca/passc/ImpactDatabase/essay.html>
- [11] K. Than: Craters in Planets and Moons Not What They Seemed, 19.10.2005 [http://space.com/scienceastronomy/051019\\_crater\\_count.html](http://space.com/scienceastronomy/051019_crater_count.html)
- [12] A. Unsöld, B. Baschek: Der Neue Kosmos, Springer Berlin, 7. Auflage 2005 Kapitel 2.1.4 Mond, S. 17