



Martin Enno Kügler \* 1989  
Asslar  
Ann-Kathrin Henß \* 1990  
Herborn

Schule: Johanneum-Gymnasium, Herborn

Eingang der Arbeit:  
Juli 2009

Zur Veröffentlichung angenommen:  
September 2009



## Wasser in der Wüste

### Ein mathematisches Modell des Nasserstausees aus Satellitendaten

Der Nil ist Ägyptens Lebensader. Seine jährlichen Fluten werden mit einem Damm bei Assuan zum Nassersee aufgestaut und sichern so die Wasser- und Stromversorgung der Region. Satellitenbilder zeigen, dass die Fläche des Stausees im Jahresverlauf erheblich schwankt. Um die Ursachen hierfür zu ergründen, entwickelten wir – gestützt auf über 400 Satellitenbilder – ein Modell für den See.

#### 1 Einleitung

##### 1.1 Motivation

Der Nassersee staut bei Assuan den Nil auf. Bei der Betrachtung von Satellitenbildern Ägyptens fiel uns auf, dass die Größe des Nasserstausees je nach Jahreszeit enorm unterschiedlich ist. Wir vermuteten die jährlich periodischen Nilfluten als Ursache für die schwankende Fläche. Ist dies jedoch der einzige Grund? Bei der allgemeinen Recherche über den See fanden wir in zahlreichen Quellen Angaben zur Seeoberfläche, Seelänge und Wasserhöhe. Die verschiedenen Quellangaben wichen jedoch stark voneinander ab und widersprachen sich teilweise. Außerdem waren keine Daten über Zuflüsse und Abflüsse des Sees für unseren Betrachtungszeitraum verfügbar, sondern lediglich für vergangene Jahrzehnte.

Wir entschlossen uns deshalb, den See zu untersuchen, um selbst Angaben

machen zu können. Dazu entwickelten wir ein mathematisches Modell, mit dem wir die Dynamik des Nasserstausees simulieren können. Außer den Nilfluten bestimmten wir weitere Faktoren, deren Einflüsse wir in unserem Modell berücksichtigen müssen. Wir kalibrierten das Modell schließlich, indem wir aus Satellitenbildern die physikalischen Abmessungen des Sees bestimmten und mit den entsprechenden Werten unseres Modells verglichen.

##### 1.2 Historisches zum Nil und zum Nasserstausee

###### 1.2.1 Der Nil

Der Nil ist mit 6700 km [6] der längste Fluss der Erde. Auf seinem Weg durchfließt er 35 Breitengrade [1], von 4° südlicher bis 31° nördlicher Breite. Schon seit Jahrtausenden ist der Nil die Ernährungs- und Lebensgrundlage seiner anliegenden Staaten, vor allem Ägyptens.

Das Einzugsgebiet des Nils beträgt mit 3,1 Mio. km<sup>2</sup> ein Zehntel [1] des afrikanischen Kontinents und umfasst die unterschiedlichsten klimatischen Gebiete.

Durch den Nil wird ein ca. 10 km breiter Streifen Land zu beiden Seiten des Flusses bewässert [2]. Diese Gebiete stellen bisher fast die gesamte landwirtschaftlich nutzbare Fläche Ägyptens dar. Der Nil ist an seinen Ufern dicht besiedelt.

Die jährliche Nilflut war und ist von großer Bedeutung für die Landwirtschaft am Nil. Bevor ein Staudamm gebaut wurde, überschwemmte der Nil jedes Jahr im Sommer das fruchtbare Land, sodass es vorübergehend nicht bebaut werden konnte. Er hinterließ jedoch nährstoffreichen Schlamm und sorgte so für eine jährliche Erneuerung des Bodens und damit auch für dessen große Fruchtbarkeit [1]. Auch heute ist der Nil immer noch

die Grundlage der Wasserversorgung der ägyptischen Bevölkerung.

Die enormen Wassermengen der Nilflut finden ihren Ursprung vor allem in der jährlichen Schneeschmelze im äthiopischen Hochland und in heftigen Monsunregenfällen im tropischen Ostafrika [3].

### 1.2.2 Der Hochstaudamm bei Assuan

Die enorm wachsende Bevölkerung Ägyptens im 19. Jahrhundert benötigte zunehmend Platz und Wasser. So entstand die Idee, den Nil aufzustauen und den Abfluss zu regulieren, um zu verhindern, dass das Wasser der sommerlichen Nilflut ungenutzt in das Mittelmeer abfließt.

Mit dem zusätzlichen Wasser wollte man neue Flächen urbar machen und die Wasserversorgung sicherstellen. Französische Ingenieure errichteten deswegen bereits 1898 eine erste Staumauer ca. 10 km südlich von Assuan [2]. Diese wurde 1910 und 1934 zweimal vergrößert. Sie war 51 m hoch und 2 km lang [2]. Der Staudamm war jedoch nicht in der Lage, Überschwemmungen zu verhindern.

Aus diesem Grund gab der ägyptische Staatspräsident Gamal Abdel Nasser 1960 den Auftrag zum Bau eines neuen, größeren Staudammes, etwa 13 km nördlich der alten Staumauer. Dieser wurde 1971 [2] fertig gestellt und eingeweiht. Er hat eine Höhe von 111 m [1] über dem Flussbett von Assuan bzw. 196 m über M. [1]. An seiner Unterkante ist er 980 m [1], an seiner Oberkante immerhin noch 40 m breit und 3,6 km lang [1].

Der Hochstaudamm reguliert die Wasserversorgung Ägyptens. Er sichert die Versorgung der Bevölkerung und ermöglicht die Kontrolle der jährlichen Nilflut unterhalb des Staudammes. Durch die Überjahresspeicherung können starke und schwache jährliche Fluten ausgeglichen werden. Somit besteht die Möglichkeit, Wasserknappheit oder Hungersnöten vorzubeugen.

Zudem dient der Hochstaudamm der Stromerzeugung aus Wasserkraft. In 6 Tunneln wird das Wasser durch insgesamt 12 Turbinen geleitet, die zusammen jährlich eine Energie von 10 Mrd. kWh erzeugen [1].

### 1.2.3 Das „Toshka“-Projekt

Von 1996 bis 2004 wuchs die ägyptische Bevölkerung um 11 Mio. auf über 70 Mio. Menschen [13] an. Daraus resultiert ein erhöhter und stetig wachsender Bedarf an landwirtschaftlichen Flächen, Lebensraum und Wasser. Um das Platzproblem zu lösen, wollte man die landwirtschaftlich nutzbare Fläche Ägyptens, die nur 5% [4] der gesamten Fläche des Landes betrug, vergrößern.

Das Toshka- oder auch "South Valley Project" ist ein groß angelegtes Projekt zur Bewässerung von Land in der Toshka-Senke, ca. 75 km westlich des Nils, zwischen dem Nasserstausee und den Oasen der libyschen Wüste. Bereits seit 1996 wurde die Senke als "Überlaufsenke" für den Nasserstausee genutzt [3].

Durch gezielten Transport und Einsatz von Wasser aus dem Nassersee sollen in der Toshka-Depression rund 225.000 ha Land [3] bewässert werden. Hierzu wird Wasser aus dem Stausee durch einen Überlaufkanal und durch die Mubarak Pumping Station entnommen. Diese Pumpstation fördert Wasser aus dem Nassersee in das extra angelegte Sheikh Zayed Kanalsystem, welches auch den Beinamen "Neuer Nil" trägt.

In der Senke haben sich mittlerweile bereits mehrere Seen gebildet und die kreisrunden Formen der Bewässerungsfelder sind auf Satellitenbildern ebenfalls deutlich zu erkennen. Insgesamt sollen bis 2017 etwa 3 Mio. Menschen [3] in der Toshka-Senke angesiedelt werden.

### 2 Modellierung eines Sees

Ein Modell ist ein vereinfachtes Abbild eines realen Systems. Ziel ist es, verschiedene physikalische Eigenschaften des modellierten Objektes und deren gegenseitige Beeinflussung und Abhängigkeiten von weiteren Faktoren darzustellen. In einem mathematischen Modell drückt man physikalische Zusammenhänge und Prozesse durch Gleichungen aus. Mit dem Modell kann aus dem Zustand zu einem bestimmten Zeitpunkt, unter Berücksichtigung aller Prozesse und Abhängigkeiten, der Zustand zu einem späteren Zeitpunkt berechnet werden.

In unserem Fall ist das modellierte Objekt der Wasserhaushalt eines Stausees. Grundsätzlich gilt beim Modellieren für die Wasservolumenbilanz eines Sees in vereinfachter Form:

Volumenänderung = Zulauf – Ablauf

$$\Delta V = \sum V_{zu} - \sum V_{ab} \quad (1)$$

Zulauf und Ablauf eines Sees können sich dabei aus verschiedenen Prozessen zusammensetzen. Besonders beim Ablauf ist dies zu beachten. Oberirdischer Abfluss, Versickerung, Verdunstung oder anthropogene Wasserentnahme sind die wichtigsten Beispiele für Prozesse, die eventuell berücksichtigt werden müssen. Der Jahresverlauf der Verdunstung kann mit einer Näherungsformel berechnet werden. Die Versickerung ist hingegen in der Regel weitgehend unbekannt und kann auch nur schlecht geschätzt werden. Ihr Einfluss muss in den anderen Prozessen mitberücksichtigt werden, die dadurch geringfügig höher ausfallen. Alle Prozesse müssen im Modell auf geeignete Weise mathematisch beschrieben werden.

Ein wesentliches Problem eines Seemodells ist der Zusammenhang von Wasservolumen, Seeoberfläche und Wasserhöhe. Dieser ist von der Topographie abhängig, welche nicht immer vollständig bekannt ist. Daher kann sie nur bestmöglich mathematisch beschrieben werden.

Abschließend muss ein Modell mit realen Messwerten kalibriert werden. Für diesen Schritt gibt es verschiedene Möglichkeiten, z.B. Messungen vor Ort oder durch Fernerkundung.

Auf der Basis dieser Grundbedingungen (Gleichung 1) kann der Wasserhaushalt des Nasserstausees einschließlich der zeitlichen Änderungen seiner Fläche simuliert werden. Um möglichst viele Faktoren genau bestimmen zu können, untersuchten wir den Stausee zunächst mit Hilfe von Satellitenbildern. Die gewonnenen Daten dienen außerdem zur Kalibrierung unseres Seemodells. Hierin besteht auch eine Besonderheit unserer Arbeit: Wir modellieren den See ohne auf die nicht gesicherten Angaben über Wassermengen oder Volumina zurückzugreifen. Stattdessen verwenden wir lediglich zweidimensionale Satellitenbilder, um daraus quantitative Aussagen über den Wasserhaushalt abzuleiten.

### 3 Untersuchung des Nasserstausees

#### 3.1 Analyse von Satellitenbildern

Die nötigen Daten ermitteln wir größtenteils aus Bildern des Satelliten Terra

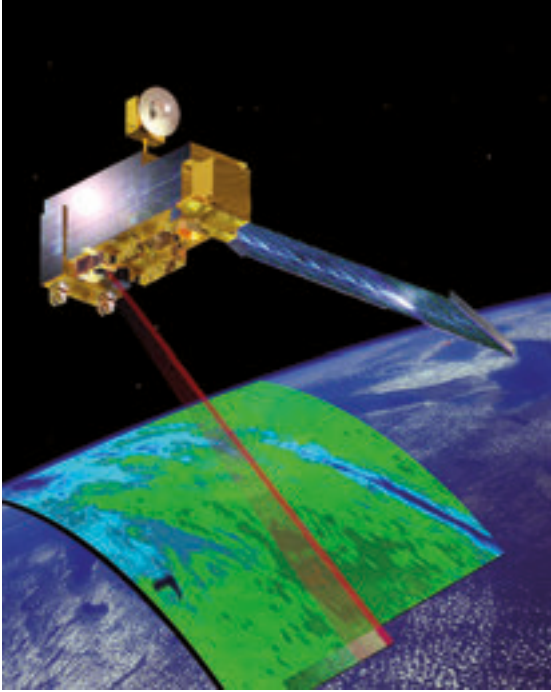


Abb. 1: Der Satellit Terra (Quelle: Canadian Space Agency [17])

(siehe Abb. 1). Der Satellit Terra ist ein Erdbeobachtungssatellit der NASA. Er bewegt sich auf einer polaren, sonnensynchronen Erdumlaufbahn. Das bedeutet, er passiert einen Punkt auf der Erde jeden Tag zum gleichen Zeitpunkt. Diese Eigenschaft der Umlaufbahn ist perfekt für unsere Beobachtung des Nassersees. Die Bilder des Satelliten Terra stehen im Internet in einem NASA-Archiv beginnend mit dem Jahr 2005 zur Verfügung [14]. Für den Zeitraum 2005 bis Mitte 2009 bezogen wir Bilder von insgesamt 475 Tagen. Die Auswahl der Bilder musste manuell erfolgen, da wir viele Bilder aufgrund von Sandstürmen, Unschärfe oder fehlenden Bildteilen nicht verwenden konnten.

Während seines Überfluges nimmt der Satellit gleichzeitig mehrere Bilder auf, alle in verschiedenen Spektralbereichen der elektromagnetischen Strahlung. Einen solchen Spektralbereich nennt man Kanal. Terra verfügt über 36 verschiedene Kanäle und deckt damit ein Spektrum ab, das weit mehr als nur das sichtbare Licht umfasst. In jedem Kanal wird die Lichtintensität in 255 Grauwerte eingeteilt, wobei der Grauwert null keinem Lichteinfall und 255 der größtmöglichen Lichtintensität entspricht.

Wir verwenden für unsere Untersuchungen Kanal Sieben der Satellitenbilder, welcher im langwelligen Teil des nahen Infrarotbereichs aufnimmt (2105 nm bis 2155 nm) [16]. Dieser Kanal wird häufig verwendet, um Gewässer zu beobachten, denn in diesem Kanal ist der Kontrast von Wasser zu Erde, in unserem Fall zu Wüste, sehr stark. Der

Grund dafür ist, dass Wasser in diesem Wellenlängenbereich nahezu die gesamte einfallende Strahlung absorbiert.

Die Auswertung der Satellitenbilder gibt uns Aufschluss über die physikalischen Abmessungen des Sees an der Oberfläche. Aus den Aufnahmen sind drei wichtige Größen des Nassersees zu bestimmen: Die Seeoberfläche, die Länge des Sees und seine mittlere Breite.

### 3.2 Die Seeoberfläche

Die Seeoberfläche ist unser wichtigstes Kriterium zur Kalibrierung des Modells. Um diese aus einem Satellitenbild zu bestimmen, müssen die Pixel gezählt werden, die zur Seeoberfläche gehören. Aus der Anzahl der Pixel lässt sich die Fläche einfach berechnen. Aufgrund der Flughöhe des Satelliten von 705 km über der Erde [17] ist bekannt, dass ein Pixel auf der Erdoberfläche eine Kantenlänge von 250 m hat. Die Fläche von 16 Pixeln beträgt somit 1 km<sup>2</sup>.

Zur Bestimmung der Seeoberfläche aus den Satellitenbildern verwenden wir ein zweistufiges Verfahren. Den ersten Schritt bildet eine Klassifizierung mit der Quader-Methode (Vgl. Abschnitt 3.2.1.). Für diese werden fünf Kanäle des Satelliten verwendet. Bei diesem Zählverfahren ist die Bestimmung der Seeoberfläche sehr genau, allerdings muss jedes Bild aus den viereinhalb untersuchten Jahren einzeln analysiert werden.

Da dies für uns in der Praxis nahezu unmöglich wäre, müssen wir im zweiten Schritt ein anderes Verfahren anwenden. Wasser ist auf den Satellitenbildern deutlich dunkler als das umliegende Land, d.h. die Wasserpixel haben kleinere Grauwerte. Es muss deshalb eine Obergrenze der Grauwerte von Wasser gefunden werden. Dunklere Pixel als dieser Grenzwert werden als Wasser gezählt, hellere als Umland. Hier verwenden wir nur Kanal sieben des Satelliten, da in dessen Wellenlängenbereich der Kontrast zwischen Wasser und Umland besonders groß ist (vgl. Abschnitt 3.1.).

Zunächst bestimmen wir die Anzahl der Wasserpixel in einigen Beispielbildern

des Nassersees mit der Quader-Klassifizierung. Dann legen wir die Grauwertgrenze so fest, dass die damit ermittelte Anzahl an Wasserpixeln mit dem Ergebnis der Quader-Klassifizierung übereinstimmt.

Mit Hilfe der ermittelten Grauwertgrenze können alle Bilder automatisch klassifiziert werden. In den folgenden beiden Abschnitten werden die zwei Stufen der Seeoberflächenbestimmung genauer erläutert.

#### 3.2.1 Klassifizierung

Durch eine manuelle Auswahl einiger Pixel des Objektes „Wasser“ wird festgelegt, welche Pixel als Wasser zu klassifizieren sind. Das Verfahren ermittelt alle anderen Pixel des Objektes Wasser in einem Satellitenbild. Es gibt mehrere Klassifizierungsmethoden. Wir verwenden die Quader- oder Hyperbox-Methode. Sie arbeitet folgendermaßen:

Fünf Kanäle stehen für die Klassifizierung zur Verfügung. In jedem Kanal kommt einem Pixel ein bestimmter Grauwert zu. Aus den Grauwerten der manuell ausgewählten Pixel der Seeoberfläche wird ein Mittelwert (Abb. 2: M, rot) und eine Streuung um diesen (Standardabweichung  $\sigma$ ) errechnet. Daraufhin werden alle Pixel der Seeoberfläche zugeordnet, die sich im  $1\sigma$ -Bereich um den Klassenmittelwert befinden (vgl. Abb. 2: Rahmen).

In Abbildung 2 ist die Situation für eine Auswahl der blauen Pixel in zwei Kanälen dargestellt. Pixel innerhalb des Rechtecks werden als Wasser klassifiziert. Die dunkelgrünen Pixel gehören zu einem anderen Objekt. Die Quader-Methode bietet sich an, da über Vielfache der Standardabweichung die Grenzen des Klassifizie-

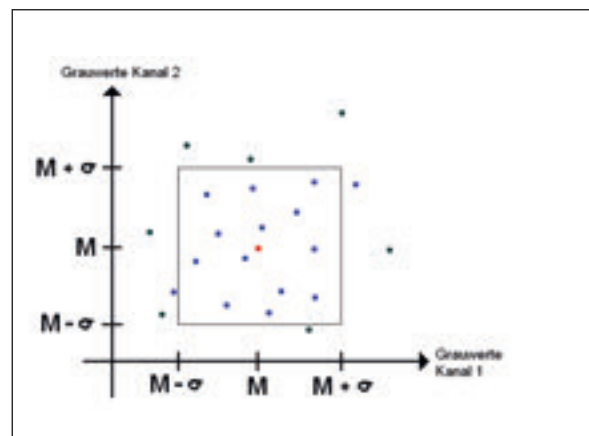


Abb. 2: Funktionsweise der Quaderklassifizierung



rungsbereiches einfach variiert werden können und die Seefläche so sehr genau bestimmt werden kann.

Zur Klassifizierung des Sees verwenden wir das Programm „Pixel-GIS“ [18], welches zur Untersuchung von Satellitenbildern dient. Wir unterteilen den See dafür in drei bzw. vier Bildausschnitte: Norden, Mitte, Süden und die Seen des Toshka-Projekts (Abbildung 3).

Ein großer Nachteil des Klassifizierungsverfahrens ist, dass bei jedem Bild manuell einige Pixel ausgewählt werden müssen, die zur Seeoberfläche gehören, um den Klassenmittelwert zu definieren. Für die Analyse der über 450 Bilder des Nassersees ist dieses Verfahren deshalb nicht praktikabel.

### 3.2.2 Grenzwert der Grauwerte

Eine einfache Alternative ist das Einengen der Grauwertebereichs von Wasser. Hierfür muss die Obergrenze der Grauwerte der Wasserpixel eines Bildes gefunden werden. Für dieses Verfahren verwendeten wir lediglich Kanal sieben der Satellitenbilder. Um die Grauwertgrenzen zu bestimmen, analysierten wir zunächst die vier Bildausschnitte von Beispielbildern bei niedrigem und hohem Befüllungsgrad des Sees mit der Quader-Methode (insgesamt 15 Satellitenbilder). Dann stellten wir den Grenzwert für die einzelnen Bildausschnitte so ein, dass die resultierende Anzahl an Wasserpixeln mit dem Ergebnis der Klassifizierung übereinstimmt.

Die Mittelwerte der ermittelten Grauwertgrenzen in den einzelnen Bildausschnitten sind folgendermaßen: im Norden 82, in der Mitte 86, im Süden 86 und an den Toshka Seen 83.



Abb. 3: Ein mit Grauwertgrenzen klassifiziertes Beispielbild (Quelle Satellitenbild: [14])

Wir verwenden das Programm „Modis-Zeitreihe“ [18]. Es klassifiziert mit der eingestellten Grauwertgrenze alle Bilder eines Jahres und bestimmt so die Größen der Seeoberflächen.

Abbildung 3 zeigt die vier quadratischen Ausschnitte des Nassersees und der Toshka-Seen (links oben) mit anhand des Grenzwertverfahrens grün eingefärbten Wasserpixeln. Mit den ermittelten Werten kann der Verlauf der Seeoberfläche bestimmt und grafisch dargestellt werden.

In Abbildung 4 ist die Wasseroberfläche des gesamten Nasserstausees im Verlauf der Jahre von 2005 bis 2009 dargestellt. Die periodischen Schwankungen sind deutlich zu erkennen. In der ersten Jahreshälfte nimmt die Seeoberfläche kontinuierlich ab, steigt dann aber in der zweiten Jahreshälfte innerhalb kurzer Zeit wieder stark an. Die Seeoberfläche schwankt in dem von uns beobachteten Zeitraum von Anfang 2005 bis Mitte 2009 zwischen 3500 km<sup>2</sup> und 5600 km<sup>2</sup>.

### 3.3 Die Länge des Sees

Man findet in diversen Quellen sehr unterschiedliche Angaben zur Länge des Sees. Sie schwanken zwischen 320 und

550 km. Beispielsweise wird im Wikipedia-Artikel zum „Nassersee“ die Länge mit 500 km beziffert. Wir entschieden uns, auch die Seelänge aus unseren Satellitenbildern zu ermitteln.

Die Länge des Sees bestimmten wir mit dem Programm „LandMod“ [18]. Man wählt manuell Markierungen im Seeverlauf, die miteinander verbunden werden (vgl. Abb. 5). Geometrisch wird dann von Markierungspunkt zu Markierungspunkt die Strecke berechnet.

Um zu untersuchen, ob die Seelänge Schwankungen unterliegt, überprüften wir kurz vor und kurz nach der Nilflut mehrere Bilder, bei denen also die Oberfläche des Sees große Unterschiede aufwies. Unser Ergebnis ist, dass die Seelänge kaum schwankt und etwa 361 km beträgt.

### 3.4 Die mittlere Seebreite

Die mittlere Breite (an der Seeoberfläche) wird über die Seeoberfläche und die Seelänge berechnet:

$$\text{Mittlere Breite} = \frac{\text{Seeoberfläche}}{\text{Länge des Sees}} \quad (2)$$

Aus unseren Analysen folgt, dass die mittlere Breite des Nassersees in hohem Maße vom Befüllungszustand abhängt, also korrelierend mit der Seeoberfläche im Jahresverlauf zwischen etwa 9,5 km und 15,5 km schwankt (Vgl.: rechte Skala, Abbildung 4).

## 4 Modellierung des Wasserhaushaltes des Nasserstausees

Grundsätzlich gilt für ein Modell des Wasserhaushaltes eines Sees: Das Seevolumen des Tages t+1 errechnet sich aus dem Volumen des vorausgegangenen

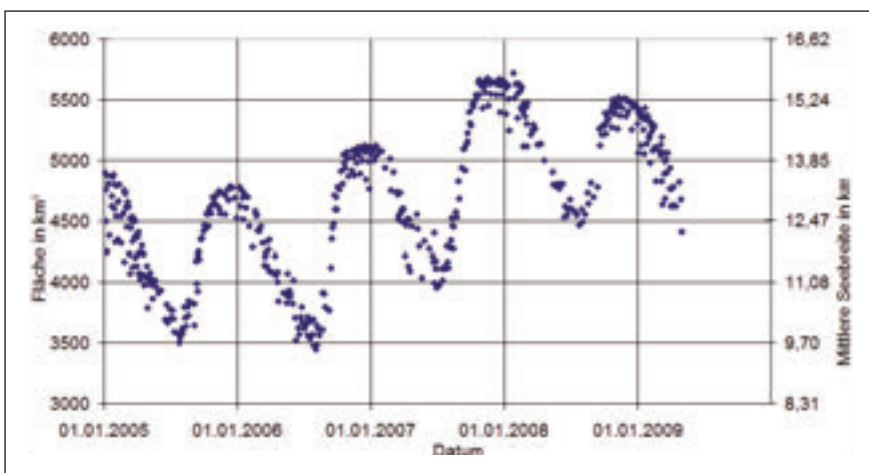


Abb. 4: Veränderungen der Fläche des Nassersees im Verlauf der Jahre 2005 bis 2009



Abb. 5: Bestimmung der Seelänge mit dem Programm „LandMod“ (Quelle Satellitenbild: [14])

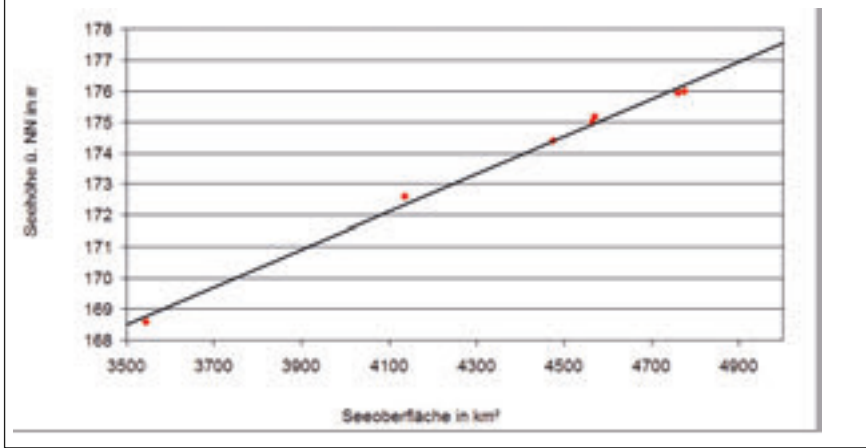


Abb. 6: Angaben zur Wasserhöhe

Tages  $t$  zuzüglich des an diesem Tag zugeflossenen Wassers und abzüglich der abgeflossenen Wassermenge.

$$Es\ gilt: V(t+1) = V(t) + \sum V_{zu} - \sum V_{ab}$$

Wir konnten mit den Satellitenbildern den Verlauf der Seeoberfläche in unserem Untersuchungszeitraum beobachten. Um daraus quantitative Angaben über Zu- und Abflüsse abzuleiten, muss ein funktioneller Zusammenhang zwischen Seeoberfläche, Wasserstand und Seevolumen hergestellt werden. Es muss also ein dreidimensionales Profil des Sees entworfen werden. Mit der mathematischen Formulierung dieser Zusammenhänge und dem Verlauf der Seeoberfläche kann dann die Volumenänderung des Sees in einem bestimmten Zeitraum errechnet werden.

Um aus der Volumenänderung Zu- und Abflüsse zu bestimmen, müssen eine ganze Reihe von Faktoren berücksichtigt werden, deren Einflüsse maßgeblich für das Seevolumen bzw. für die Seeoberfläche und den Wasserstand sind. Der Zufluss des Nasserstausees besteht fast ausschließlich aus dem Wasser, mit welchem der Nil den Stausee speist. Niederschläge sind aufgrund des ariden Klimas zu vernachlässigen. Den Jahresverlauf des Zuflusses aus dem Nil konnten wir einer Quelle [3] entnehmen, allerdings für einen unbekanntem Zeitraum und ohne Angabe des absoluten Zuflussvolumens. Dieser Jahresverlauf liegt unserem Modell zugrunde. Die Höhe des jährlichen Zuflusses in den See bleibt zu bestimmen. Für den Abfluss des Nassersees sind folgende Faktoren maßgeblich: der Abfluss an der Staumauer, die Verdunstung, die Versickerung und die Wasserentnahme durch den Menschen. Saisonalitäten oder Volumina sind weder über den Gesamtabfluss des Sees, noch über die einzelnen Abflussprozesse bekannt. Lediglich den Jahresverlauf der Verdunstung

können wir mit einer Näherungsformel und aus Satellitendaten bestimmten Wassertemperaturen berechnen. Die Höhe des Gesamtabflusses und dessen Jahresverlauf, sowie die Aufteilung auf die oben genannten Abflussarten sind mit dem Modell zu ermitteln.

## 4.1 Rahmenbedingungen

### 4.1.1 Zeitliche Einteilung

Zu Beginn ist es wichtig, sinnvolle Grenzen für das Modell festzulegen. Für viereinhalb Jahre, 2005 bis April 2009, verfügen wir über Satellitendaten des Sees, mit denen wir das Modell kalibrieren können. Über den weiteren Verlauf des Jahres 2009 wollen wir mit unserem Modell Voraussagen machen. Das Modell beschränkt sich also auf fünf Jahre (und Flutzyklen). Zur Standardisierung und Vereinfachung der mathematischen Berechnungen teilen wir ein Jahr in 360 Tage, 12 Monate (30 Tage pro Monat) und 48 Wochen (7,5 Tage pro Woche). Der Zeitraum der Betrachtung umfasst also 1800 Tage (fünf mal 360 Tage).

### 4.1.2 Das Seeprofil

Um Wasservolumen, Wasserstand und Seeoberfläche in Beziehung zueinander setzen zu können, muss ein dreidimensionales Profil des Sees entworfen werden. Da unsere Satellitenbilder lediglich zweidimensional sind, kann das Profil daraus nicht bestimmt werden. Es ist eine weitere Quelle nötig.

Genauere und verlässliche Daten über den Nassersee sind kaum verfügbar. Wasser ist in der Region ein unabdingbarer Rohstoff und politisch brisant. Die ägyptischen Behörden sind mit Information sehr zurückhaltend.

Wir fanden lediglich fünf Angaben der High Dam and

Aswan Reservoir General Authority [8] [11][12] zum Wasserstand des Sees. In den Berichten wurde jeweils die Höhe der Wasseroberfläche über dem Meer an einem bestimmten Datum angegeben, zum Beispiel 168,69 m ü. M. am 20.07.2007. Aus unseren Satellitenbildern konnten wir die Seeoberfläche an den entsprechenden Tagen bestimmen.

Aus diesen Zuordnungen entwickelten wir drei mögliche Seeprofile: mit einer linearen Funktion als Seitenkante, mit einer Parabel und wurzelförmig. Das parabol-förmige Profil kann sofort verworfen werden. Es liefert für im Frühjahr 2008 aufgetretene Seeoberflächen um 5600 km<sup>2</sup> eine Seehöhe von 185 m ü. M. Dieser Wert übersteigt den in den Daten des Staudammes angegebenen Maximalfüllstand von 182 m ü. M. [6] erheblich.

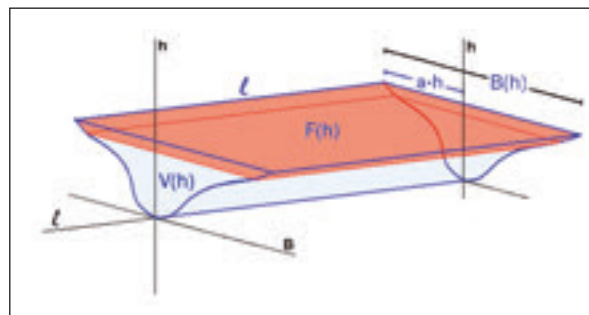
Die mittels einer Geraden und mittels einer Wurzelfunktion gebildeten Profile ähneln sich in den entscheidenden Zonen stark. Die Wurzelfunktion ist so stark gestreckt, dass sie in dem Bereich, der der schwankenden Uferzone entspricht, bereits nahezu linear ist.

Das gesamte Seevolumen unterscheidet sich aufgrund der gewählten Form natürlich erheblich. Für unsere Untersuchungen über Zufluss und Abfluss ist das Gesamtvolumen jedoch unerheblich. Interessant sind lediglich die Änderungen des Seevolumens.

In Abbildung 6 sind die fünf Höhenangaben gegen die Seeoberfläche aufgetragen. Die Darstellung bestätigt die Vorstellung eines linearen Zusammenhangs im Bereich der auftretenden Seehöhen (Regressionsgerade in schwarz).

Obwohl wir in unserem Simulationsprogramm alle drei Profile berücksichtigt haben, beschränken wir unsere weiteren Erläuterungen auf das lineare Seeprofil. Es zeigt sich später, dass es in der für das Modell entscheidenden Zone, die besten

Abb. 7: Schematische Darstellung des Seeprofiles



Ergebnisse liefert.

Abbildung 7 zeigt das Schema unseres Seeprofiles. Der relevante Bereich, in dem der Befüllungszustand tatsächlich schwankt, ist rot eingefärbt. Die Näherung der linearen Geometrie gilt nur für diesen Bereich. Über die Form des Profils unterhalb dieses Bereichs können wir keine Aussagen treffen. In Abbildung 7 ist hier lediglich eine theoretisch denkbare Form gezeichnet.

Die Vorstellung der linearen Geometrie idealisiert den See zu einem Prisma mit einer dreieckigen Grundfläche, dem Seequerschnitt. Aus dieser Vorstellung lassen sich nun mathematische Funktionen für die wichtigen Größen des Sees ableiten:

$$\text{Profil: } f(h) = a \cdot h$$

(lineare Funktion der Seite / Kante des Tals) (4)

$$\text{Breite: } B(h) = 2 \cdot a \cdot h \quad (5)$$

$$\text{Seeoberfläche: } F(h) = 2 \cdot a \cdot h \cdot l \quad (6)$$

Wasservolumen:

$$V(h) = \frac{B(h) \cdot h \cdot l}{2} = \frac{2 \cdot a \cdot h \cdot h \cdot l}{2} = a \cdot l \cdot h^2$$

Mit  $h$ : Wasserhöhe,  $a$ : Steigung der Funktion  $f(h)$ ,  $l$ : Seelänge

Mit den in Abbildung 6 gezeigten Höhenangaben der High Dam and Aswan Reservoir General Authority und den zugehörigen Seeoberflächen lässt sich die Steigung  $a$  der Funktion  $f(h)$  (Gleichung 4) bestimmen. Bei unserem Modell des Nassersees beträgt die Steigung  $a = 205$  bei konstanter Seelänge von  $l = 361$  km.

Nun müssen die einzelnen Prozesse genauer bestimmt werden, die die Volumenänderung des Sees bewirken. Dazu müssen alle Prozesse mathematisch formuliert werden.

## 4.2 Zuflüsse

Im Nassersee wird der Nil aufgestaut, folglich kommt der Wasserzufluss im Wesentlichen aus dem Nil.

Niederschläge könnten einen weiteren Zufluss in den See darstellen. Nach der Auswertung von Wetterdaten aus der

Nähe des Nassersees [19] stellten wir jedoch fest, dass Niederschläge in der Region so gering ausfallen, dass ihr Einfluss auf den See vernachlässigt werden kann. Südlich des Nassersees, nilaufwärts, gibt es zwei wichtige Flussmündungen. In Khartum, der Hauptstadt des Sudan, treffen sich weißer und blauer Nil, weiter nördlich in Atbara mündet der gleichnamige Fluss in den Nil.

In beiden Orten, Khartum und Atbara, wird die Menge des durchfließenden Wassers gemessen [3]. Die Summe der Wassermengen aller drei Flüsse fließt weiter nördlich in den Nasserstausee. Die in Atbara gemessenen Wassermengen sind in Abbildung 9 im Jahresverlauf aufgetragen (Zeitraum unbekannt). Die Nilflut ist deutlich zu erkennen. Der Zufluss aus dem Nil mit der jährlichen Nilflut lässt sich durch mathematische Funktionen nur sehr aufwendig hinreichend approximieren. Um den Prozess einfach mathematisch beschreiben zu können, teilten wir das Jahr in 48 Wochen und bestimmten entsprechend 48 Wochenmittelwerte der täglichen Zuflussmenge. Diese Mittelwerte beschreiben den nicht-konstanten Zufluss zum See im Jahresverlauf in der Simulation.

Um unser Modell möglichst einfach zu halten, gingen wir zunächst davon aus, dass der Zufluss in allen vier simulierten Jahren gleich ist. Wir stellten jedoch nach einigen Simulationen fest, dass so keine ausreichende Übereinstimmung mit unseren Satellitendaten zu erreichen war. Die Fluten in den simulierten Jahren fielen offensichtlich unterschiedlich groß aus. Wir erweiterten deshalb unser Modell um die Möglichkeit, die absoluten

Zuflussmengen für die einzelnen Jahre getrennt einzustellen. Der zeitliche Verlauf bleibt dabei erhalten.

## 4.3 Abflüsse

Wasser verlässt den Stausee nicht nur an der Staumauer. Verdunstung, Versickerung und nicht zuletzt Wasserentnahme durch den Menschen sind ebenfalls entscheidende Faktoren. Wir gehen davon aus, dass mögliche weitere Faktoren nur einen kleinen Anteil am Abfluss des Stausees haben.

### 4.3.1 Abfluss an der Staumauer

Die Wassermenge, die an der Staumauer abfließt, wird von den dortigen Behörden reguliert. Genaue und aktuelle Angaben darüber waren uns jedoch zum Zeitpunkt des Projektes nicht zugänglich. Der Abfluss an der Staumauer dient der Stromerzeugung und betrug laut einem



Abb. 8: Karte der Zuflüsse zum Nassersee (Quelle: Computerprogramm National Geographic 3D-Globus)

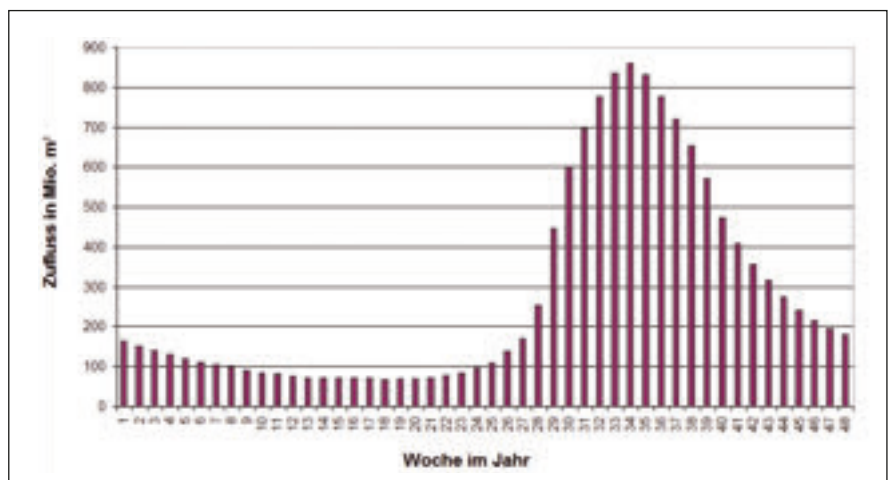


Abb. 9: Kumulierte Wochendurchschnitte der täglichen Zuflussmenge aus dem Nil [3]



Bericht von Delft Hydraulics [9] in den 1990er Jahren ungefähr 55 Mrd. m<sup>3</sup> pro Jahr. Einem Bericht von Mohamed B. Saad vom Hydraulics Research Institute Egypt [10] konnten wir monatliche absolute Abflussmengen des Jahres 1999 entnehmen und daraus den zeitlichen Verlauf des Abflusses an der Staumauer ableiten.

**4.3.2 Menschliche Eingriffe**

Der Nil ist Ägyptens Hauptwasserquelle. Die landwirtschaftlichen Produktionsflächen des Landes erstrecken sich fast ausschließlich an seinen Ufern. Auch aus dem Nasserstausee wird Wasser zur Bewässerung umliegender Agrarflächen entnommen.

Den größten Einfluss hat das Toshka-Projekt. Das Wasser hierfür wird durch Kanalsysteme und von einer großen Pumpstation aus dem See gepumpt. Wie auch beim Abfluss an der Staumauer wird hier das Volumen des entnommenen Wasser genauestens kontrolliert und reguliert. Aktuelle Angaben darüber sind jedoch der Öffentlichkeit nicht zugänglich. Wir zogen hier erneut den Bericht von Saad [10] aus dem Jahr 1999 heran. In dieser Quelle ist der monatliche Abfluss aus dem Nassersee in die Toshka-Senke durch einen Überlaufkanal angegeben.

**4.3.3 Versickerung**

Wie viel Wasser im Boden versickert, ist sehr schwierig zu bestimmen. Ein deutlicher Anstieg des Grundwasserspiegels in der Region ist zwar festzustellen, quantitative Angaben über die versickerte Wassermenge sind daraus jedoch nur schwer abzuleiten. Die Versickerung wird deshalb in unserem Modell indirekt dadurch mitberücksichtigt, dass andere Abflussprozesse geringfügig höher ausfallen.

**4.3.4 Verdunstung**

Im heißen Klima Ägyptens spielt die Verdunstung eine entscheidende Rolle. Wir bestimmen die Verdunstung pro Tag aus dem See  $\Delta V_{Verd}$  mit einer Näherungsformel, die wir aus [7] entnahmen.

$$\Delta V_{Verd} = a_{vd} \cdot F(h) \cdot \exp\left[\frac{T(t) - 20^\circ C}{T_{vd}}\right]$$

$$a_{vd} = \frac{Vd}{F}$$

(8)

dabei gilt:

$a_{vd}$  : Verdunstungsfaktor,  $F(h)$ : Funktion

der Seeoberfläche, siehe Gleichung (6),  $T(t)$ : Jahresverlauf der Temperatur,  $T_{vd}$ : Verdunstungskonstante,  $Vd$ : Jahresverdunstungsvolumen.

Die verdunstete Wassermenge ist proportional zur Seeoberfläche  $F$ . Je größer der See, desto mehr Wasser verdunstet. Der Verdunstungsfaktor  $a_{vd}$  gibt an, wie stark die Seehöhe alleine durch die Verdunstung bei 20°C sinken würde. Er hat die Einheit m/d (Meter pro Tag). Das Simulationsprogramm errechnet den Verdunstungsfaktor aus der Gesamtwassermenge  $Vd$ , die verdunstet. Diese muss ermittelt werden.

Die Verdunstung steigt mit zunehmender Wassertemperatur stark an und ist au-

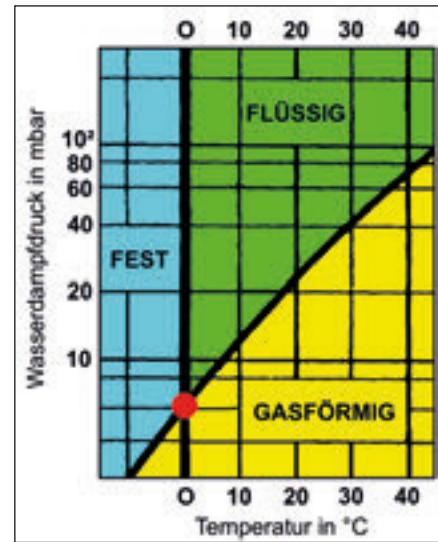


Abb. 10: Phasendiagramm von Wasser [21]

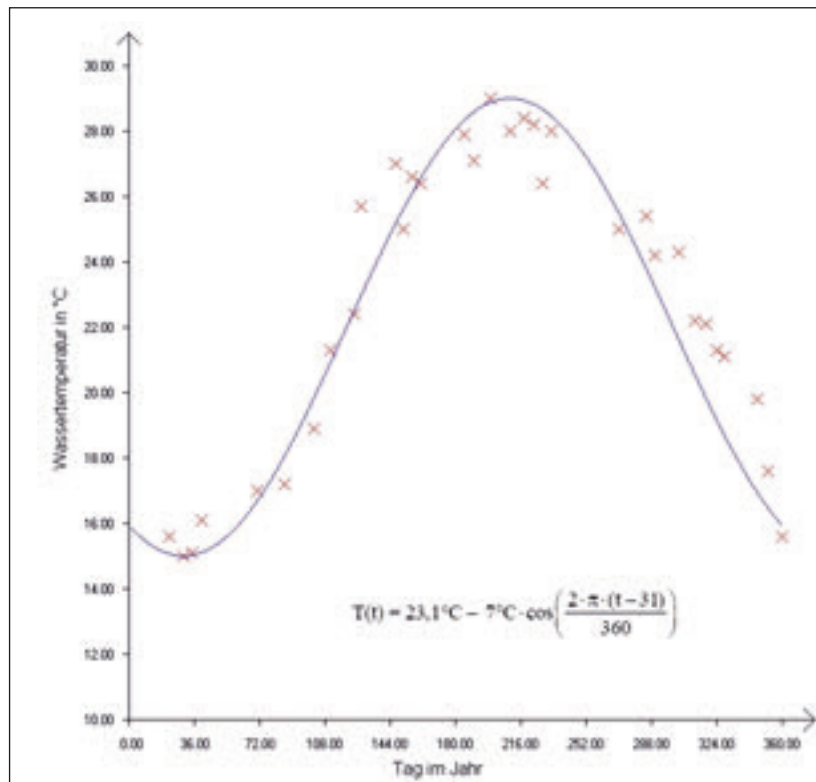


Abb. 11: Temperaturverlauf der Seeoberfläche während eines Jahres mit approximierter Kosinusfunktion

ßerdem von Wind und Luftfeuchtigkeit abhängig. Die tatsächlichen Zusammenhänge sind schwierig zu modellieren, da über den Nassersee praktisch keine Messwerte als Anhaltspunkte verfügbar sind. In der verwendeten Formel (Gleichung 8) wird deshalb lediglich die Temperaturabhängigkeit berücksichtigt, beschrieben durch die dimensionslose Exponentialfunktion.

Im Phasendiagramm von Wasser (Abbildung 10) lässt sich der Dampfdruck in dem kleinen Bereich von etwa 10°C bis

30°C in guter Näherung durch eine Exponentialfunktion beschreiben. Die Funktion  $T(t)$  im Exponenten beschreibt die Temperatur im Jahresverlauf. Die Verdunstung ist auf 20°C Zimmertemperatur normiert. Bei 20°C verdunstet der Normwert:

$$\Delta V_{Verd} = a_{vd} \cdot F \cdot 1 \tag{9}$$

Die Konstante  $T_{vd}$  beschreibt die Temperaturdifferenz bei der sich die Verdunstung um den Faktor  $e$  verändert. Um diese Konstante zu bestimmen, betrachten wir erneut das Phasendiagramm

von Wasser. Die Temperaturdifferenz, bei der sich die Verdunstung verdoppelt beträgt ungefähr 12°C. Daraus lässt sich die Konstante  $T_{vd}$  auf etwa 17,3°C bestimmen (vgl. Gleichung 10).

$$2 \approx \exp\left[\frac{12^\circ\text{C}}{T_{vd}}\right] \Rightarrow T_{vd} \approx \frac{12^\circ\text{C}}{\ln 2} \approx 17,3^\circ\text{C} \quad (10)$$

Aus Aufnahmen der Wettersatelliten METOP-A und NOAA bestimmen wir die Temperatur des Wassers an der Seeoberfläche exemplarisch für den Jahresverlauf 2006. Es zeigt sich, dass der Temperaturverlauf in guter Näherung durch eine Kosinusfunktion beschrieben werden kann. Wir verwenden folgenden Ansatz:

$$T(t) = T_m - T_a \cos\left(\frac{2\pi(t - t_k)}{360}\right) \quad (11)$$

Wir bestimmen die Durchschnittstemperatur auf  $T_m = 23,1^\circ\text{C}$  und die Abweichung davon auf  $T_a = 7^\circ\text{C}$ . Der kälteste Tag ( $t_k$ ) ist der 31. Januar. In Abbildung 11 sind die Messwerte aus den Satellitenbildern (rote Kreuze) und die approximierten Kosinusfunktion (blaue Kurve) aufgetragen.

### 4.3.5 Abflüsse im Simulationsprogramm

Von den vier beschriebenen Abflüssen (Staumauer, menschliche Eingriffe, Versickerung, Verdunstung) ist uns lediglich der Jahresverlauf der Verdunstung bekannt. Er bestimmt sich aus dem Jahresverlauf der Wassertemperaturen des Nasserstausees. Über die anderen drei Faktoren besitzen wir keinerlei Informationen. Im Modell wird der Gesamtabfluss als Summe eines zeitlich konstanten und eines zeitlich variablen Abflusses, sowie der Verdunstung berechnet.

Der konstante Abfluss und der variable Abfluss sind zunächst theoretische Größen und stimmen mit keinem realen Abfluss überein. Es bietet sich jedoch die Möglichkeit, die von Professor Saad aufgeführten qualitativen Verläufe auf den Abfluss zu übertragen, der sich bei unserer Modellierung ergibt.

Das Jahresvolumen des konstanten Abflusses wird im Simulationsprogramm eingestellt und somit beträgt der tägliche Abfluss  $\frac{1}{360}$  der jährlichen Gesamtmenge.

Das Gesamtvolumen des variablen Abflusses sowie dessen relativer Verlauf werden im Programm eingegeben. Dies geschieht erneut über Wochenmittelwerte, die separat eingestellt werden.

### 4.4 Das Simulationsprogramm

Das zur Modellierung verwendete Computerprogramm „Simula“ haben wir selbst entwickelt und entsprechend unseren Anforderungen zur Modellierung des Nasserstausees in der Programmiersprache Delphi geschrieben.

In diesem Programm werden die oben beschriebenen mathematischen Prozesse zusammengeführt. Die beschriebene Wasservolumenbilanz (Gleichung 1) wird entsprechend erweitert.

Grundsätzlich gilt:

$$\Delta V = \Sigma V_{zu} - \Sigma V_{ab} \quad (1)$$

In unserem Modell berücksichtigen wir den Zufluss aus dem Nil, es gilt also:

$$\Sigma V_{zu} = \Delta V_{Nil} \quad (12)$$

Die Summe der abfließenden Ströme setzt sich aus dem konstanten und dem variablen Abfluss und der Verdunstung zusammen, es gilt also:

$$\Sigma V_{ab} = \Delta V_{konst} + \Delta V_{var} + \Delta V_{verd} \quad (13)$$

Insgesamt lautet die Volumenbilanz somit:

$$\Delta V = \Delta V_{Nil} - \Delta V_{konst} - \Delta V_{var} - \Delta V_{verd} \quad (14)$$

Alle für diese Prozesse relevanten Parameter können vom Benutzer im Programm eingestellt werden (siehe Abbil-

dung 12). Das Kernstück der Software ist eine Schleife, in der die Volumenbilanz berechnet wird. Diese Schleife wird 1800-mal wiederholt, für jeden simulierten Tag innerhalb des betrachteten Fünfjahreszeitraums.

Das Ergebnis der Simulation wird in einem Grafik-Fenster als Graph ausgegeben. Hierbei kann der Verlauf der Wasserhöhe und der Wasseroberfläche angegeben werden. Dieser wird im Simulationsprogramm aus der Volumenänderung berechnet. Um das Modell mit der Wirklichkeit vergleichen zu können, haben wir außerdem die Möglichkeit integriert, die Messwerte für die Wasseroberfläche aus den Satellitenbildern einzulesen und ebenfalls im Grafik-Fenster einzuzeichnen. Außerdem können die nicht-konstanten Parameter im Grafik-Fenster dargestellt werden. Die Eingaben für den Temperaturverlauf, den Jahresverlauf des relativen Zuflusses und des variablen Abflusses können somit visualisiert werden.

### 4.5 Kalibrierung des Modells

Um die Richtigkeit unseres Modells zu überprüfen, vergleichen wir es mit Messwerten. Die aus den Satellitenbildern bestimmten Flächenangaben sind die Basis für die Kalibrierung. Simula gibt die Ergebnisse der Simulation als blaue Kurve aus. Dabei wird der Verlauf der Höhe der Seeoberfläche in m über M. bzw. der Seeoberfläche in  $\text{km}^2$  über dem Modellierungszeitraum von

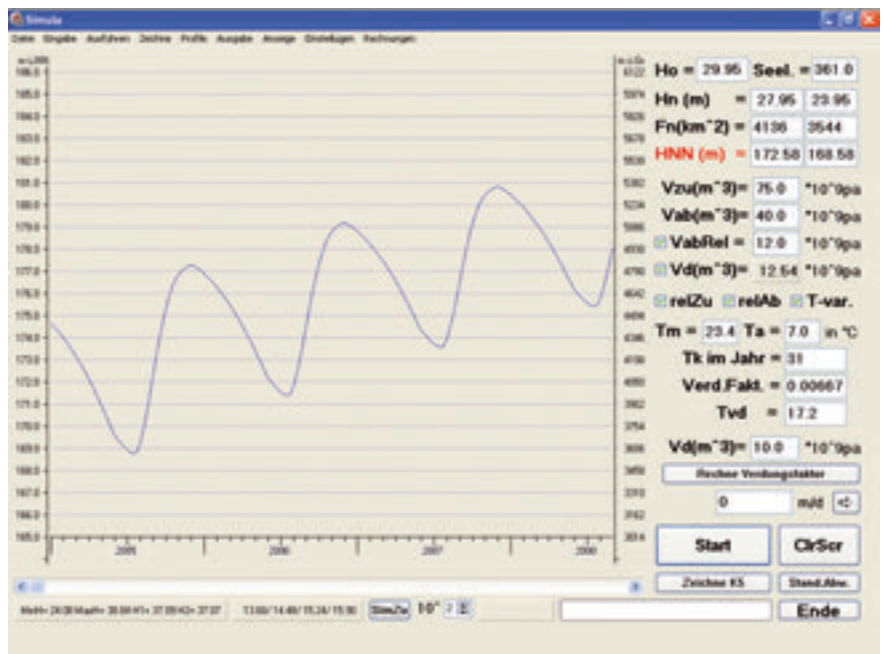


Abb. 12: Oberfläche des Simulationsprogramms



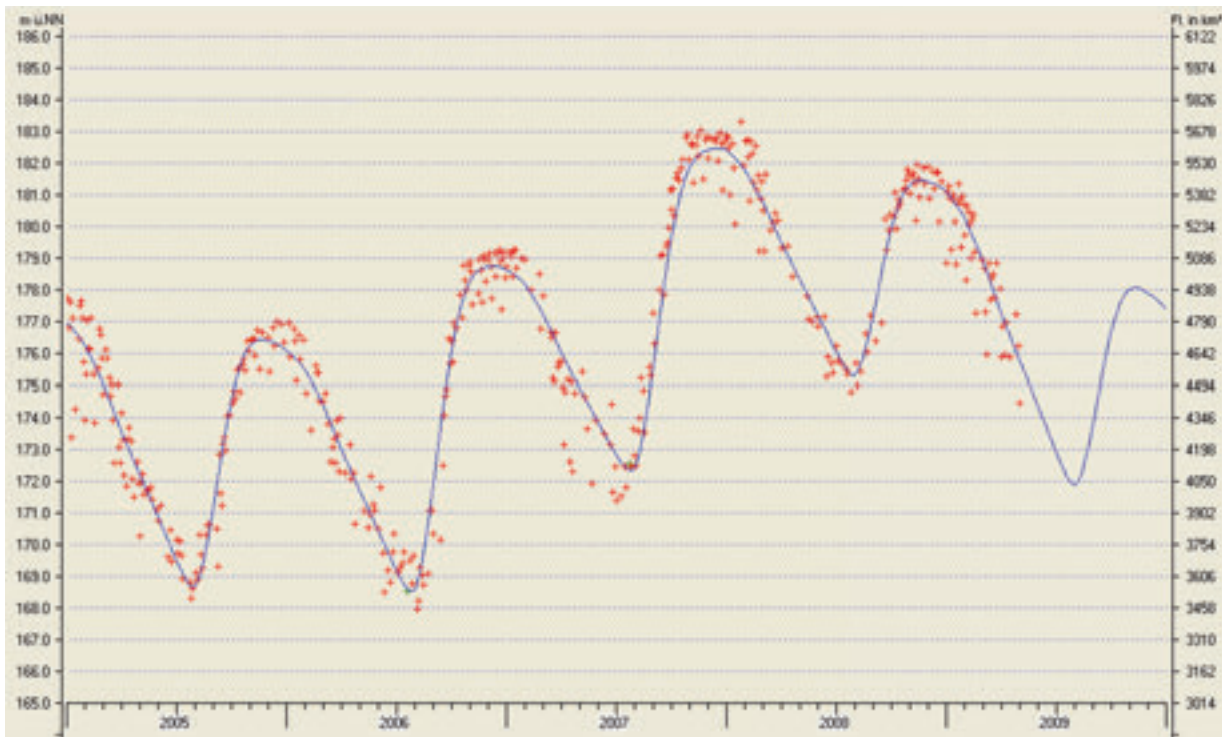


Abbildung 13: Einstellung unseres Modells mit der geringsten Standardabweichung

2005 bis 2009 aufgetragen. Die Oberflächenmesswerte aus den Satellitenbildern werden als rote Kreuze eingezeichnet (vgl. Abbildung 13). Um die Qualität unseres Modells zu messen, berechnen wir die Standardabweichung zwischen simulierter und tatsächlicher Seebereichsfläche für den simulierten Zeitraum. Auf diese Weise steht uns ein Maß zur Verfügung, mit dem wir die Güte des Modells einschätzen können.

#### 4.6 Automatische Optimierung der Approximation mit Zufallszahlen

Um eine möglichst exakte Wiedergabe der Realität zu erreichen, müssen die Parameter der Simulation so eingestellt werden, dass die Standardabweichung zur tatsächlichen Seebereichsfläche möglichst klein wird. Dies kann „von Hand“ durchgeführt werden, indem man verschiedene Einstellungen ausprobiert. Bei der Vielzahl an Parametern ist diese Methode jedoch sehr zeitaufwändig und gewährt keine Sicherheit darüber, ob nicht eine andere Einstellung noch deutlich bessere Ergebnisse liefern würde.

Aus diesem Grund suchten wir nach einer Methode, automatisch eine bestmögliche Einstellung, das heißt ein Minimum der Standardabweichung, zu finden. Differenzialrechnung scheidet hier wegen der zu großen Anzahl an Variablen aus. Mit einer Zufallszahl als Faktor vor jedem

Parameter kann dessen Wert mit Blick auf die Optimierung der Approximation variiert werden [20], z.B. zwischen dem 0,5-fachen und dem 1,5-fachen. So kommt eine zufällig erzeugte Kombination von Werten für die Simulation zustande, deren Standardabweichung nach der Methode der kleinsten Fehlerquadrate berechnet wird. Mit einer zweiten Serie von Zufallszahlen wird dasselbe durchgeführt. Ist die resultierende Abweichung größer als die im ersten Versuch, wird die zweite Serie verworfen. Wenn die Abweichung jedoch kleiner ist als die erste, wird die erste Zufallszahlenserie verworfen und die zweite gesichert. Führt man diese Prozedur oft genug durch, findet man ein sehr gutes Ergebnis. Prof. Dr. Knöller erläuterte uns, dass die jeweils beste Standardabweichung mit wachsender Versuchsanzahl logarithmisch gegen die bestmögliche konvergiert. Mit dem PC können in überschaubarer Zeit große Versuchsanzahlen durchgeführt werden. Für die Berechnung von  $10^8$  Zufallszahlenkombinationen benötigt der PC etwa 18 Stunden. So kann eine sehr gute Einstellung gefunden werden.

Wir integrierten dieses Verfahren in unsere Software. Wir verwenden jeweils eine Zufallszahl als Vorfaktor für den Zufluss, die Verdunstung, das konstante Abflussvolumen und das Volumen des variablen Abflusses. Es ergeben sich also vier Zufallszahlen pro Jahr und damit 16

von 2005 bis 2008. Die durchzuführende Versuchsanzahl kann von  $10^2$  bis  $10^8$  Zufallszahlenkombinationen eingestellt werden.

## 5 Ergebnisse

### 5.1 Physikalische Abmessungen des Nasserstausees

Über die Abmessungen des Nasserstausees können wir nun aufgrund unserer Auswertung der Satellitenbilder genaue Angaben machen. Die Seelänge beträgt 361 km und ist nahezu konstant. Im Gegensatz dazu unterliegt die mittlere Seebreite periodischen Schwankungen. Sie beträgt zwischen 9,5 km und 15,5 km. Korrelierend schwankt die Seebereichsfläche zwischen etwa 3500 km<sup>2</sup> und 5600 km<sup>2</sup>. Alle weiteren Ergebnisse sind Resultate unseres Modells.

### 5.2 Die Simulation

Um ein möglichst gutes Simulationsergebnis und gleichzeitig realistische Angaben über den Nasserstausee zu erhalten, gingen wir bei der Modellierung folgendermaßen vor:

Als Erstes stellten wir für alle Parameter, die wir nicht direkt bestimmen konnten, Startwerte ein, die uns gemäß den Literaturangaben realistisch erschienen. Wir simulierten dann zunächst ohne variablen Abfluss. Auf diese Weise konnten wir sicherstellen, dass die drei feststehen-

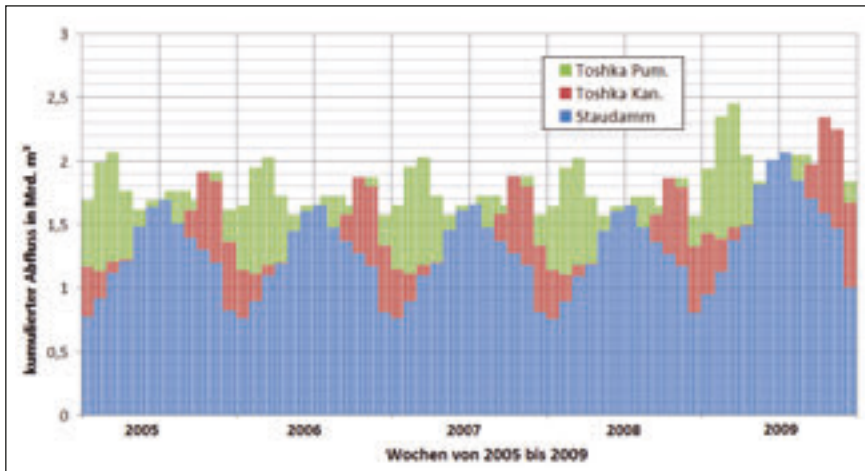


Abbildung 14: Kumulierter Wochendurchschnittsabfluss aus dem Nassersee 2005 bis 2009

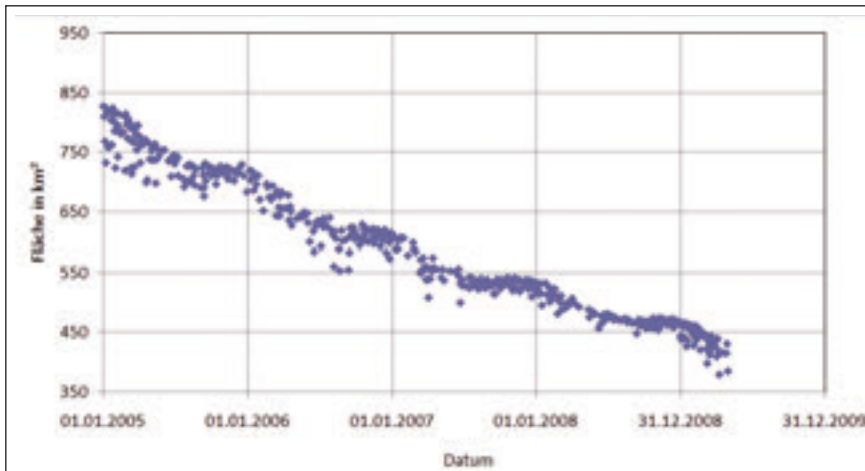


Abb. 15: Verlauf der Seefläche der Toshka-Seen

den Jahresverläufe von Nilzufluss, konstantem Abfluss und Verdunstung nur auf genau eine Weise kombiniert werden können, um die Realität möglichst gut wiederzugeben.

Nach  $3 \cdot 10^8$  Simulationen mit der Zufallszahlenmethode erreichten wir kein besseres Ergebnis mehr. Das erzeugte Grundmodell weist eine Standardabweichung von  $132,3 \text{ km}^2$  auf und stellt somit bereits ein akzeptables Ergebnis dar. Die Grundparameter Zufluss, Abfluss und Verdunstung stehen damit fest.

Im dritten Schritt versuchten wir das mit dem konstanten Abfluss erzeugte Modell noch zu verfeinern. Wir führten jetzt zusätzlich den variablen Abfluss ein und bestimmten ihn so, dass die Standardabweichung dadurch möglichst klein wurde. Wir setzten uns dabei die Vorgabe, den Jahresverlauf des Abflusses nur monatsweise zu verändern, um keine zufälligen Kombinationen der Satellitenmesswerte zu berücksichtigen, sondern einen Trend zu erkennen. Die Grundparameter änderten wir nicht. Es gelang uns, die Stan-

dardabweichung auf  $123,9 \text{ km}^2$  zu reduzieren, was in Anbetracht der mittleren Seefläche um  $4600 \text{ km}^2$  weniger als 3% entspricht. Abbildung 13 zeigt die beste Einstellung unseres Modells.

### 5.3 Ermittelte Angaben zum Nasserstausee

Zunächst bestätigt sich in unseren Simulationen die Annahme eines linearen Seeprofiles. Das wurzelförmige Seeprofil ergibt immer eine größere Standardabweichung als das lineare. Bedingt durch das Geländeprofil variiert die Seehöhe zwischen  $168 \text{ m ü. M.}$  und  $183 \text{ m ü. M.}$ . Des Weiteren ist festzustellen, dass das Seevolumen im Zeitraum von 2005 bis zum Jahreswechsel 2007/2008 kontinuierlich gestiegen ist. An diesem Punkt überstieg die Seehöhe sogar den maximalen Füllstand von  $182 \text{ m ü. M.}$  [6] und befand sich mit knapp  $183 \text{ m ü. M.}$  im darüber liegenden Toleranzbereich. Es ist anzunehmen, dass die ägyptischen Behörden Dürreperioden vorbeugen wollen und deshalb versuchen, die Menge des aufgestauten Wassers zu maximieren. Im

Verlauf des Jahres 2008 setzte sich dieser Trend jedoch nicht fort. Im Gegenteil, die Seehöhe nimmt wieder ab.

Unser Modell zeigt eine kontinuierliche Zunahme des Nilzuflussvolumens innerhalb der ersten drei Jahre unseres Beobachtungszeitraums. Im ersten simulierten Jahr 2005 betrug der Zufluss  $89 \text{ Mrd. m}^3$ , in 2006 bereits  $106 \text{ Mrd. m}^3$  und im Jahr 2007 flossen  $112 \text{ Mrd. m}^3$  in den See. Wenn sich dieser Trend im Jahr 2008 fortgesetzt hätte, wären Gegenmaßnahmen nötig geworden, um ein Überschreiten des maximalen Seefüllstandes zu verhindern. Im Jahr 2008 stieg der Zulauf jedoch nicht weiter an, sondern fiel mit  $91 \text{ Mrd. m}^3$  wesentlich geringer aus, als in den Jahren zuvor. Offenbar war die Nilflut 2008 deutlich kleiner. Bei der Recherche der jährlichen Zuflussmenge fanden wir eine Grafik von Delft Hydraulics [9], die den jährlichen Zufluss zum Nassersee von 1964 bis 2000 zwischen  $55 \text{ Mrd. m}^3$  und  $120 \text{ Mrd. m}^3$  angibt, womit unsere Ergebnisse vereinbar sind.

Mit unserem Modell lässt sich die Verdunstung im Jahr 2005 auf  $8 \text{ Mrd. m}^3$  bestimmen. 2006 verdunsteten  $9,5 \text{ Mrd. m}^3$  und 2007  $8 \text{ Mrd. m}^3$ . Im Jahr 2008 verlor der Nassersee aufgrund seiner größeren Wasserfläche etwa  $12,5 \text{ Mrd. m}^3$  durch Verdunstung. Die unterschiedlichen Werte können außerdem auch auf Temperaturschwankungen zurückgeführt werden. Insgesamt ist festzustellen, dass ein beträchtlicher Anteil des für die Versorgung der ägyptischen Bevölkerung gespeicherten Wassers durch Verdunstung verloren geht.

In Abbildung 14 ist der aus unserer Simulation ermittelte Abfluss dargestellt (Randkurve). Hier sind die in der Simulation getrennt eingestellten Abflüsse (konstant und variabel) zusammengeführt. Wir bestimmten den Abfluss aus dem Nassersee auf  $84 \text{ Mrd. m}^3$  jährlich. Diese Menge ist in allen simulierten Jahren etwa gleich. Der blau gefärbte Bereich in Abbildung 14 kennzeichnet den Abfluss an der Staumauer. Diesen haben wir mit Hilfe der Angaben von [10] bestimmt, indem wir den zeitlichen Verlauf des Abflusses an der Staumauer im Jahr 1999 auf unseren modellierten Abfluss übertrugen. So ergibt sich ein jährliches Abflussvolumen an der Staumauer von  $59 \text{ Mrd. m}^3$ . In der Literatur sind Angaben über den Abfluss an der Staumauer

	Jahr 2005	Jahr 2006	Jahr 2007	Jahr 2008	Prognose 2009
Nilzufluss [Mrd. m <sup>3</sup> ]	89,3	105,8	111,6	90,5	≈90
Verdunstung [Mrd. m <sup>3</sup> ]	7,8	9,6	7,5	12,5	≈10
Gesamtabfluss [Mrd. m <sup>3</sup> ]	85,8	83,8	83,9	83,6	≈99
davon an der Staumauer [Mrd. m <sup>3</sup> ]	60,2	58,9	58,9	58,7	≈73
davon weiterer Abfluss [Mrd. m <sup>3</sup> ] (v.a. Toshka)	25,6	25	25	24,9	≈26
Speicherbilanz [Mrd. m <sup>3</sup> ] $\Delta V_{zu} - \Delta V_{ab}$	- 4,3	+ 12,4	+ 20,2	- 5,6	- 19

Tab. 1: Übersicht über die einzelnen ermittelten Wasserflüsse

zu finden, die diesen in den 1990er Jahren auf ca. 55 Mrd. m<sup>3</sup> [9] beziffern.

### 5.4 Das Toshka-Projekt

Der rote Bereich in Abbildung 14 ist der Anteil des Wassers, der den See durch einen Überlaufkanal in die Toshka-Senke verlässt. Diese Angaben entnahmen wir ebenfalls [10] und übertrugen sie auf unseren Abfluss. Es ist gut zu sehen, dass das in [10] angegebene Maximum des roten Bereichs exakt mit einem von uns ermittelten Peak übereinstimmt.

Der grüne Teil in Abbildung 14 ist die Differenz zwischen dem von uns modellierten Abfluss und dem in [10] angegebenen. Der grüne Peak am Anfang eines Jahres bildet den einzigen größeren Unterschied. Es gilt zu beachten, dass die Angaben in [10] aus dem Jahr 1999 stammen. Zu diesem Zeitpunkt war die Mubarak Pumping Station, die die Toshka-Senke mit Wasser versorgt, noch nicht gebaut. Es lässt sich deshalb vermuten, dass ein großer Anteil des grünen Bereichs auf die Arbeit der Pumpstation entfällt.

Dies würde bedeuten, dass ein großer Teil des Wassers vor dem heißen Sommer, in dem große Wassermengen zur Bewässerung benötigt werden, in die Toshka-Depression gepumpt wird.

Nimmt man roten und grünen Bereich des Abflusses zusammen, ergibt sich ein jährliches Wasservolumen von 25 Mrd. m<sup>3</sup>, das zur Bewässerung benutzt wird.

Obwohl die aus Satellitendaten ermittelte Oberfläche der Toshka-Seen im Beobachtungszeitraum insgesamt stetig abnimmt (Abbildung 15), bleibt sie doch jeweils in der zweiten Jahreshälfte konstant. Dies lässt sich mit der zweiten Phase des er-

höhten Abflusses aus dem Nassersee im Oktober und November in Verbindung bringen. Der „Wassernachschub“ aus dem Nassersee verhindert kurzzeitig ein weiteres Absinken der Toshka-Seeffläche. Über Gründe für die langfristige Abnahme der Oberfläche der Toshka-Seen können wir lediglich Hypothesen aufstellen. In der Umgebung der Toshka-Seen entsteht eine immer größer werdende Anzahl an Grünflächen und Agrarfeldern, deren Bewässerung erhebliche Wassermengen erfordert. Die Wasserentnahme aus den Toshka-Seen scheint so umfangreich zu sein, dass die Seen an Größe verlieren, obwohl regelmäßig „Nachschub“ aus dem Nasserstausee hineingepumpt wird.

### 6 Ausblick

Eine weitere Anwendung unseres Modells ist die Prognose des laufenden Jahres 2009. Wir gehen davon aus, dass die Seegröße in diesem Jahr weiter abnimmt. Eine von uns erwartete Nilflut in der Größenordnung des Vorjahres 2008 von 90 Mrd. m<sup>3</sup> reicht nicht aus, um den recht hohen Füllstand des Sees zu erhalten.

In den letzten Jahrzehnten wurde etwa alle 11 Jahre eine besonders große Nilflut registriert. Dieses Phänomen hängt vermutlich mit dem 11-jährigen Fleckenzklus der Sonne zusammen [15], die die Verdunstung über den Ozeanen und damit die Feuchtigkeit in der Atmosphäre maßgeblich steuert. Die große Nilflut des Jahres 2007 passt in diesen Zyklus hinein (siehe Tab. 1). Im Jahr 2009 ist deshalb nicht davon auszugehen, dass erneut so viel Nilwasser in den Nassersee fließt.

Die Auswertung der Satellitenbilder bis einschließlich April 2009 zeigt sogar eine noch stärker abfallende Seeober-

fläche, als wir zunächst erwartet hatten. Dieser Abfall ist vermutlich jedoch nicht als Vorbote einer sehr kleinen Nilflut in 2009 zu sehen, da sich ihr Einfluss auf den Nasserstausee erst ab Juli deutlich bemerkbar macht. In unserem Modell kann dieses Phänomen nur durch einen besonders hohen Abfluss erklärt werden. Wenn der bisherige Jahresverlauf des Abflusses erhalten bleibt, würde im Jahr 2009 wesentlich mehr Wasser abfließen als in den vorausgegangenen vier Jahren. Der Gesamtabfluss läge bei etwa 99 Mrd. m<sup>3</sup> (siehe Tab. 1).

Bei der Auftrennung dieses Abflusses auf den Ablauf an der Staumauer und die Wasserentnahme, ergibt sich jedoch für die Wasserentnahme bzw. das Toshka-Projekt nur eine geringfügig größere Wassermenge. Vor allem der Abfluss an der Staumauer würde mit 73 Mrd. m<sup>3</sup> deutlich höher ausfallen als in den letzten Jahren.

In diesem Fall würde sich die Seegröße erheblich verringern. Die maximale Seehöhe würde auf ca. 178 m ü. M. abfallen und die maximale Seeoberfläche auf etwa 4900 km<sup>2</sup> sinken. Das Speichervolumen des Sees würde sich in diesem Jahr um 19 Mrd. m<sup>3</sup> verringern.

### 7 Zusammenfassung

Die Ausgangsfragestellung nach der Ursache für die enormen Größenschwankungen des Nasserstausees im Süden Ägyptens kann nun beantwortet werden. Weil Wasser in der Region ein politisch brisantes Thema ist, sind kaum verlässliche und aktuelle Informationen über den See verfügbar. Durch die mathematische Modellierung des Wasserhaushaltes des Nassersees und die Kalibrierung des



Modells mit Satellitendaten können wir trotz der schwierigen Quellenlage zeigen, dass die Schwankungen der Seegröße nicht alleine mit der Nilflut zu erklären sind. Maßgeblich beeinflussen die Verdunstung und die Wasserentnahme für die Bewässerung der Agrarflächen des Toshka-Projekts den Wasserhaushalt. Etwa ein Zehntel des in den See fließenden Nilwassers verdunstet und ist somit nicht mehr nutzbar. Ungefähr 20 % des Wassers werden für das Toshka-Projekt entnommen.

Mit unserem Modell können wir die entsprechenden Volumina für die Jahre 2005 bis 2008 bestimmen und damit die nur für die davor liegenden Jahrzehnte vorhandene Literatur aktualisieren. Für das Jahr 2009 prognostizieren wir eine

Nilflut in der Größenordnung der Flut des Jahres 2008, was eine weitere Abnahme der Seegröße zur Folge hätte.

### Danksagung

Abschließend möchten wir uns für die tatkräftige Unterstützung bedanken, die uns während unseren Forschungen zuteil geworden ist. Zunächst danken wir Stephan Epple für die Mitarbeit in der ersten Phase unserer Arbeit.

Unser Projektbetreuer Friedrich-Wilhelm Duttke konnte uns immer bei Problemen weiterhelfen und brachte uns das Programmieren bei. Durch seine Anstrengungen wurde uns diese Arbeit überhaupt erst ermöglicht. Vielen Dank.

Auch Armin Moritz gilt unser Dank. Ohne seine Motivation und sein Engage-

ment wäre uns die Arbeit im Rahmen der Satelliten-Ag nicht möglich gewesen.

Außerdem möchten wir den Mathematik-Professoren der Philipps-Universität Marburg Dr. Bernhard Schmitt, Dr. Ekaterina Kostina und Dr. Friedrich-Wilhelm Knöller für die zündende Idee mit den Zufallszahlen und Hilfestellung bei deren Umsetzung danken.

Für viele wertvolle Tipps und Hinweise zur wissenschaftlichen Beschreibung und Präsentation unserer Arbeit bedanken wir uns bei Frau Prof. Dr. Petra Döll vom Institut für physische Geographie der Johann Wolfgang Goethe Universität in Frankfurt am Main.

### Literatur:

- [1] Kathrin Bieger, Christian-Albrechts-Universität Kiel: Der Nil – Segen und Fluch, Geschichte der Wassernutzung am Nil vom Altertum bis zur Neuzeit (2003)
- [2] Wikitravel, Nassersee (2006); <http://wikitravel.org/de/Nassersee>
- [3] Torben Gerdes, Christian-Albrechts-Universität Kiel: Entwicklung der Wasserbilanz des Nils (2005) [http://www.hydrology.uni-kiel.de/lehre/seminar/ss05/gerdes\\_wasserbilanz\\_nil.pdf](http://www.hydrology.uni-kiel.de/lehre/seminar/ss05/gerdes_wasserbilanz_nil.pdf)
- [4] Water Technology, Toshka Project – Mubarak Pumping Station / Sheikh Zayed Canal, Egypt; <http://www.watertechnology.net/projects/mubarak>
- [5] Die Toshka-Lakes: Das New Valley Projekt – neue landwirtschaftliche Fläche für immer mehr Bevölkerung; [http://www.geolinde.musin.de/afrika/html/t\\_niltoshka1.htm](http://www.geolinde.musin.de/afrika/html/t_niltoshka1.htm)
- [6] Fouad N. Ibrahim, Barbara Ibrahim: Ägypten, eine geographische Landeskunde (2006)
- [7] Prof. Dr. Wolfgang Ebenhöf, Carl von Ossietzky Universität Oldenburg: Wasserstand eines Sees (2006)
- [8] Egypt State Information Service: Nile water reaches Lake Nasser (2007); <http://www2.sis.gov.eg/En/EgyptOnline/Miscellaneous/000002/02070000000000000001546.htm>
- [9] Delft Hydraulics: Technical Assistance Services for Lake Nasser Flood and Drought Control/ Integration of Climate Change and Flooding risk (2004); <http://www.wldelft.nl/proj/pdf/3uk00248.scherm.pdf>
- [10] Mohamed Bahaasaad Saad, Hydraulics Research Institute Egypt: Nile River Flood Control – Egyptian Experiences; [http://www.icharm.pwri.go.jp/html\\_j/news/pdf/saad20080930.pdf](http://www.icharm.pwri.go.jp/html_j/news/pdf/saad20080930.pdf)
- [11] Egypt State Information Service: Lake Nasser water level (2006); <http://www.sis.gov.eg/En/EgyptOnline/Economic/000004/02020000000000000003005.htm>
- [12] Egypt State Information Service: Lake Nasser water level (2007); <http://www.sis.gov.eg/En/EgyptOnline/Economic/000008/02020000000000000007727.htm>
- [13] Der Fischer Weltatlas 2007: Staaten, Ägypten; S. 48
- [14] NASA, MODIS Rapid Response System, Near-real-time Subsets, NAfrica\_2\_07\_Subsets; [http://rapidfire.sci.gsfc.nasa.gov/subsets/?subset=NAfrica\\_2\\_07](http://rapidfire.sci.gsfc.nasa.gov/subsets/?subset=NAfrica_2_07)
- [15] Farouk El-Baz, Center for Remote Sensing Boston University: Monitoring Lake Nasser by space photography (1989) [http://www.cig.ensmp.fr/~iahs/redbooks/a186/iahs\\_186\\_0177.pdf](http://www.cig.ensmp.fr/~iahs/redbooks/a186/iahs_186_0177.pdf)
- [16] NASA, MODIS Web: Specifications; <http://modis.gsfc.nasa.gov/about/specifications.php>
- [17] CSA Canadian Space Agency, Terra, Measuring atmospheric pollutants (2007); <http://www.asc-csa.gc.ca/eng/satellites/mopitt.asp>
- [18] Friedrich-Wilhelm Duttke, Johanneum-Gymnasium Herborn: Pixel-GIS und Teilprogramme Modis-Zeitreihe, so wie LandMod – Programm zur Analyse von Satellitenbildern (2008); unveröffentlicht
- [19] Wetteronline.de, Niederschlagsdaten von Sennar (Sudan) 01.04.04 – 27.03.08; <http://www.wetteronline.de/afriref.htm>
- [20] Prof. Dr. Bernhard Schmitt, Prof. Dr. Ekaterina Kostina & Prof. Dr. Friedrich-Wilhelm Knöller, Universität Marburg : Persönliche Mitteilung (2008)
- [21] H. Lindner, Physik für Ingenieure, Fachbuchverlag Leipzig-Köln 1999